

Problemas

13

GUÍA PARA ESTUDIANTES

Enunciados y Respuestas

Olimpiada Nacional Juvenil de Matemática

6.º, 7.º, 8.º y 9.º Grado - 1^{er}, 2.º y 3^{er} Año de EM

Incluye
problemas
PISA

El libro **Problemas 13**

es una obra colectiva creada en OMAPA

bajo la dirección de Gabriela Gómez Pasquali,

por el siguiente equipo:

Creación, recopilación y soluciones
de problemas

Rodolfo Berganza Meilicke

Ingrid Wagener

Colaboradores

Juan Carlos Servián

Gabriela Gómez Pasquali

Verónica Rojas Scheffer

En la realización de **Problemas 13**
han intervenido los siguientes especialistas:

Diseño colección
Aura Zelada

Diseño de tapa y diagramación
Karina Palleros

Corrección
Carlos Alberto Jara
Miguel González
Joel Prieto

Este material contiene:

Problemas de la Olimpiada Nacional Juvenil 2010 y de la Olimpiada Kanguro 2010.

Problemas PISA extraídos del documento *Estímulos PISA liberados como recursos didácticos de Matemática* del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Gobierno de España y publicados en el sitio web: <http://recursostic.educacion.es/inee/pisa/matematicas/presentacion.htm> en sus secciones Aritmética y Álgebra, Geometría, Funciones y Gráficas, Estadística, Combinatoria y Probabilidades. Son propietarios del copyright de estos documentos la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y INEE.

Problemas inspirados en PISA de Olimpiada Nacional Juvenil 2015.

Observación: para la escritura de valores numéricos, escritura de la hora y escritura de las unidades de medida hemos utilizado las Normas Paraguayas 161, 164, 165, 166 y 180 de la Ley N° 15 235 de 1980.



Presentación	5
Características del libro	6
Recomendaciones para el uso del libro	8
Pautas para la resolución de problemas	9

NIVEL 1	6.º y 7.º Grado	11
----------------	------------------------	-----------

a) La geometría y la medida.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	13
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	15
b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	19
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	23
c) Los datos y la estadística.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	27
d) Miscelánea.	
i) Enunciados	35

NIVEL 2	8.º y 9.º Grado	43
----------------	------------------------	-----------

a) La geometría y la medida.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	45
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	46
b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	51
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	53
c) Los datos y la estadística.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	57
d) Miscelánea.	
i) Enunciados	61

NIVEL 3	1er, 2.º y 3er Año	67
----------------	---------------------------	-----------

a) La geometría y la medida.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	69
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	72

b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	75
ii) Problemas Desafiantes. Contenidos. Enunciados	77
c) Los datos y la estadística.	
i) Problemas para el Aula. Contenidos. Enunciados	80
d) Miscelánea.	
i) Enunciados.....	85

PISA	91
Problemas seleccionados de PISA	93

RESPUESTAS	103
Respuestas	105
Respuestas a problemas de Estadística	110
Respuestas a problemas seleccionados de PISA	115

Presentación



Este libro forma parte de la colección que desarrollamos en OMAPA para acompañar las Olimpiadas, Infantil y Juvenil, de Matemáticas del Paraguay del año 2016. La colección está compuesta por:

- **Problemas 13. Manual para Docentes**
 - Problemas y soluciones para estudiantes desde 6.º Grado a 3^{er} Año de Ed. Media
- **Problemas 13. Guía para Estudiantes**
 - Problemas y respuestas para estudiantes desde 6.º Grado a 3^{er} Año de Ed. Media
- **Problemitas 8. Manual para Docentes**
 - Problemas y soluciones para estudiantes desde 2.º a 6.º Grado
- **Problemitas 8. Guía para Estudiantes**
 - Problemas y respuestas para estudiantes desde 2.º a 6.º Grado

Como material adicional, y en concordancia con los estándares internacionales de excelencia académica, incorporamos a nuestros temarios problemas matemáticos que se utilizan en la evaluación PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, por sus siglas en inglés), con el objetivo de que estudiantes y docentes practiquen lo que el mundo considera apropiado, en cuanto a educación matemática para jóvenes de 15 años, y las habilidades que éstos deben desarrollar en aula.

Las Olimpiadas Nacionales de Matemáticas del Paraguay organizadas por OMAPA son torneos entre estudiantes, separados por categorías, que compiten en la resolución de problemas. Participan en forma voluntaria únicamente estudiantes inscriptos en el sistema de educación formal nacional, desde el 2.º Grado hasta el 3^{er} Año. Entre sus objetivos generales se encuentran la promoción de la inclusión social por medio de la difusión de los conocimientos, la contribución al mejoramiento de la calidad de la educación, además del estímulo y la promoción del estudio de la Matemática. Así también, tiene entre sus objetivos específicos ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad de pensamiento lógico y de razonamiento, así como la estimulación de su imaginación y creatividad y fomentar la búsqueda de la excelencia a través de la perseverancia y esfuerzo.



Características del libro

Este libro está organizado por **Niveles**: 1, 2 y 3, que se corresponden con los niveles de las Olimpiadas Matemáticas; por **Áreas Generales**: La Geometría y la Medida, el Número y las Operaciones, los Datos y la Estadística, y Misceláneas; y por **Grado de Dificultad**: Problemas para el Aula, Problemas Desafiantes y Misceláneas, de modo que los docentes puedan ir seleccionando y graduando el trabajo con sus estudiantes.

Además, se incluye una sección final con problemas liberados de las pruebas PISA, con sus indicadores de evaluación y problemas inspirados en estos últimos que forman parte de los primeras rondas de la Olimpiada Nacional Juvenil de Matemática 2015.

Se describen a continuación los criterios utilizados para la clasificación según grados de dificultad.

Problemas para el Aula

En esta sección hemos incluido los problemas más accesibles. Los hemos denominado *Problemas para el Aula* porque pensamos que serán útiles para todos los docentes, independientemente de su participación en las Olimpiadas. Pueden ser llevados al aula e incluidos como parte de la metodología habitualmente utilizada en las clases normales. Con el enfoque metodológico propuesto se pone el énfasis en desarrollar el pensamiento lógico - matemático de todos los estudiantes y no sólo el de los más talentosos.

Esta sección incluye problemas que permiten trabajar algunas estrategias heurísticas básicas.

Además, estos problemas están seleccionados para que los estudiantes y docentes que se inician en las actividades de las Olimpiadas puedan encontrar un espacio cómodo para comenzar a trabajar en la resolución de problemas.

Problemas Desafiantes

En esta sección hemos incluido aquellos problemas que requieren más trabajo de razonamiento matemático.

Están pensados para perfeccionar a los estudiantes en la resolución de problemas, avanzando más en el conocimiento y aplicación de las estrategias heurísticas que pueda hacer el docente y fijando el objetivo de que los alumnos expliquen por escrito el proceso que han seguido en la resolución de un problema. Digamos que este es el momento oportuno para introducir la idea de la demostración axiomática.

Además dentro de cada una de estas dos secciones, los problemas están agrupados de acuerdo a los contenidos programáticos, siguiendo lo indicado por los programas del MEC.

Miscelánea

Los problemas agrupados en la sección Miscelánea, son problemas en los cuales se puede encontrar más de un área de conocimiento, ya sea por el enunciado del problema o por el procedimiento elegido para su solución. Por ejemplo Geometría y Teoría de Números o problemas de Estrategia. Esta situación es bastante común tanto en la vida diaria como en los problemas de Olimpiadas.

El nivel de dificultad de los problemas no está definido por los contenidos programáticos que en ellos se contempla.



Recomendaciones para el uso del libro

La resolución de problemas *es un proceso* que puede resultar muy placentero pero que requiere *esfuerzo mental*. En el marco de este trabajo entendemos que cuando una cuestión planteada se puede resolver en forma inmediata, ¡tenemos un ejercicio, no un problema!

Debes tomarte tu tiempo. No te desesperes si no encuentras la solución en forma inmediata. Sólo un golpe de suerte o una casualidad te llevará a encontrar la respuesta rápidamente.

Además, ten en cuenta que, aunque no llegues a resolver un problema, hay mucho aprendizaje en los procesos de exploración y en los intentos de solución, que te permitirá consolidar tus conocimientos matemáticos. Si además, luego del esfuerzo realizado logras resolver un problema, experimentarás la satisfacción de saber que has logrado vencer el desafío que ha representado ese problema.

Pautas para la resolución de problemas



En el trabajo en aula, e incluso en Clubes y tutorías, no es aconsejable ver muy pronto la solución de un problema. Lo correcto es trabajar el problema, planear estrategias de solución; invertir tiempo en la búsqueda de la solución. Incluso, antes de ver la solución se recomienda utilizar orientaciones o pistas (si ofrece el problema o el orientador), que permitan seguir trabajando el problema y, luego, en última instancia, analizar con el profesor la solución del mismo. Esperamos que a los chicos y chicas les lleve más de una hora de trabajo la resolución de algunos de los problemas propuestos.

María Luz Callejos, española y doctora en matemática, nos propone en su libro *Un Club Matemático para la Diversidad* unas pautas para la resolución de problemas, que a su vez ha adaptado del libro *Aventuras Matemáticas* del connotado matemático español Miguel de Guzmán. Las transcribimos a continuación y recomendamos que se las aplique en el aula porque son verdaderamente muy útiles.

Primera Fase:

Familiarizarse con el problema

- Lee el problema lentamente, trata de entender todas las palabras.
- Distingue los datos de la incógnita; trata de ver la situación.
- Si puedes, haz un dibujo o un esquema de la situación.
- Si los datos del problema no son cantidades muy grandes, intenta expresar la situación jugando con objetos (fichas, botones, papel, etc.).
- Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagínate el mismo problema con cantidades más pequeñas y haz como dice el punto anterior.
- Si el problema está planteado en forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos.

Segunda Fase

Busca unas cuantas estrategias para solucionar el problema.

Lee la siguiente lista. Te puede ayudar.

- ¿Es semejante a otros problemas que ya conoces?

- ¿Cómo se resuelven éstos? ¿Alguna idea te podría servir?
- Imagínate un problema más fácil para empezar y así animarte.
- Experimenta con casos particulares, ¿te dan alguna pista natural al lenguaje matemático?
- Supón el problema resuelto, ¿cómo se relaciona la situación de partida con la situación final?
- Imagínate lo contrario de lo que quieres demostrar, ¿llegas a alguna conclusión?
- ¿El problema presenta alguna simetría o regularidad?
- ¿Será el caso general más sencillo que el caso particular?

Tercera Fase

Selecciona una de las estrategias y trabaja con ella.

- No te rindas fácilmente.
- No te encapriches con una estrategia. Si ves que no conduce a nada, déjala.
- Si la estrategia que elegiste no va bien, acude a otras de las estrategias que seleccionaste o haz una combinación de ellas.
- Trata de llegar hasta el final.

Cuarta Fase

Reflexiona sobre el resultado obtenido y el proceso seguido.

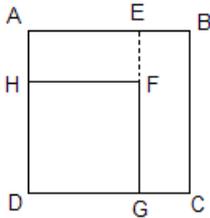
- ¿Entiendes bien tu solución? ¿Entiendes por qué funciona? ¿Tiene sentido esta solución o es absurda?
- ¿Cómo ha sido tu camino? ¿Dónde te atascaste? ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos?
- ¿Cuáles han sido los momentos de cambio de rumbo? ¿Han sido acertados?
- ¿Sabes hacerlo ahora de manera más sencilla?
- ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales?
- ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean interesantes?

NIVEL 1
6.º y 7.º Grado



Problemas para el Aula

Problema 101 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 1)

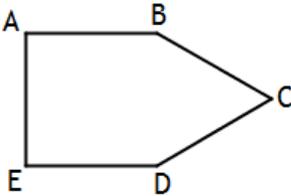


En la figura, ABCD es un cuadrado de 10 cm de lado. También es un cuadrado HFGD, pero de 6 cm de lado.

¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero EBCG?

- A) 14 cm C) 20 cm E) 30 cm
B) 16 cm D) 28 cm F) n. d. l. a.

Problema 102 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 4)



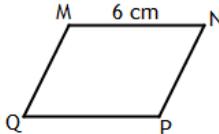
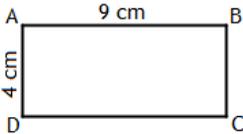
El señor Agustín tiene un terreno con la forma que se ve en la figura. ABDE es un cuadrado de 30 m de lado y BCD es un triángulo equilátero.

El señor Agustín quiere cercar su terreno con tejido de alambre.

¿Cuántos metros de tejido de alambre necesitará el señor Agustín?

- A) 150 m C) 140 m E) 120 m
B) 148 m D) 124 m F) n. d. l. a.

Problema 103 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 16)

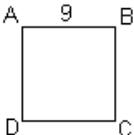


El rectángulo ABCD y el paralelogramo MNPQ tienen las áreas iguales.

¿Cuál es la altura del paralelogramo MNPQ?

- A) 4 cm C) 6 cm E) 10 cm
B) 5 cm D) 8 cm F) n. d. l. a.

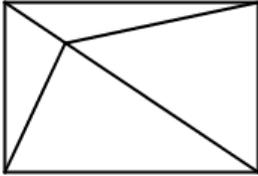
Problema 104 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 4)



El cuadrado ABCD y el rectángulo EFGH tienen el mismo perímetro.

¿Cuál es el área del rectángulo EFGH?

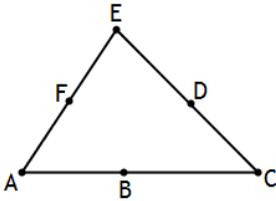
Problema 105 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 5)



¿Cuántos triángulos diferentes hay en la figura de la izquierda?

- A) 2 C) 5 E) 7
B) 4 D) 6

Problema 106 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 12)



Carmen dibujó el triángulo de la figura. Marcó los vértices con los puntos A , C y E, y luego sobre cada lado, marcó un punto (B , D , F).

¿Cuál es la mayor cantidad de triángulos adicionales que puede dibujar, tal que tengan sus vértices en los puntos marcados?

- A) 14 C) 16 E) 18
B) 15 D) 17

Problemas Desafiantes

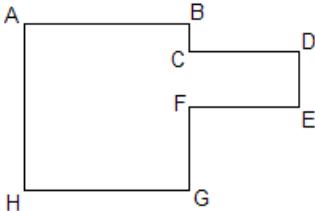
Problema 107 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)



Miguel dibujó el rectángulo de la figura. El largo del rectángulo mide el doble del ancho. El perímetro del rectángulo es 60 cm. ¿Cuánto mide el largo del rectángulo?

- A) 10 cm C) 20 cm E) 30 cm
 B) 15 cm D) 25 cm F) n. d. l. a.

Problema 108 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 5)

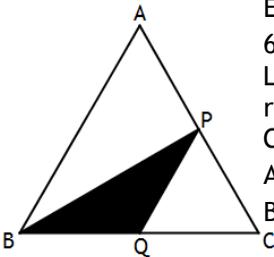


El papá de Fernando tiene un campo con la forma que se ve en la figura. ABGH es un cuadrado de 30 m de lado y CDEF un rectángulo de 20 m por 10 m, donde $CD=20$ m.

Él quiere cercar el terreno con tejido de alambre. ¿Cuántos metros de tejido de alambre necesitará?

- A) 200 m C) 140 m E) 180 m
 B) 210 m D) 160 m F) n. d. l. a.

Problema 109 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 12)



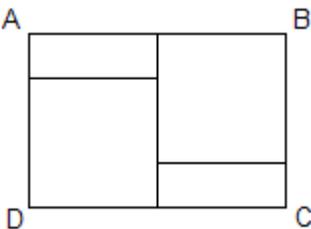
El triángulo ABC de la figura es equilátero y tiene 60 cm^2 de área.

Los puntos P y Q son puntos medios de los respectivos lados.

Calcular el área de la superficie pintada de negro.

- A) 30 cm^2 C) 20 cm^2 E) 10 cm^2
 B) 25 cm^2 D) 15 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 110 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 13)

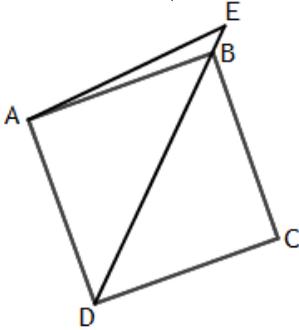


Clarita arma la figura ABCD con dos piezas cuadradas iguales y dos piezas rectangulares iguales.

Cada pieza cuadrada tiene 36 cm de perímetro y cada pieza rectangular tiene 24 cm de perímetro. ¿Cuánto mide el perímetro de la figura ABCD?

- A) 30 cm C) 50 cm E) 90 cm
 B) 40 cm D) 60 cm F) n. d. l. a.

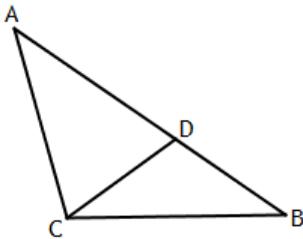
Problema 111 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 8)



En un cuadrado ABCD, se prolonga la diagonal DB. Sobre esa prolongación se elige un punto E, tal que el ángulo $\angle AED$ mida 40° .

¿Cuál es la medida del ángulo $\angle DAE$?

Problema 112 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 10)



Manuela dibuja un triángulo ABC. Luego ubica un punto D sobre AB tal que $CD = DB$ y $AC = AD$.

Si el ángulo $\angle CAB = 40^\circ$, ¿cuánto miden los ángulos $\angle ACB$ y $\angle ABC$?

Problema 113 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 1)

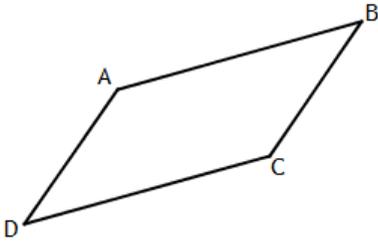


En la figura se ven dos cuadrados. El lado del cuadrado mayor mide 20 y el lado del cuadrado que está en el interior 16.

Petrona construyó otro cuadrado, cuya área es igual al área de la superficie que está pintada de negro en la figura.

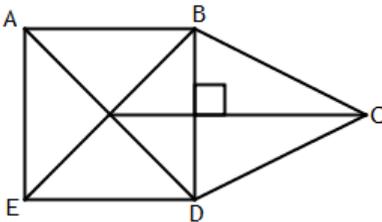
¿Cuál será el lado del cuadrado construido por Petrona?

Problema 114 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 2)



Raquel dibuja un paralelogramo ABCD con $\angle ADC = 40^\circ$. Luego traza la bisectriz del ángulo $\angle DAB$ que corta al lado DC en el punto E (E entre D y C). Demostrar que el triángulo ADE es isósceles.

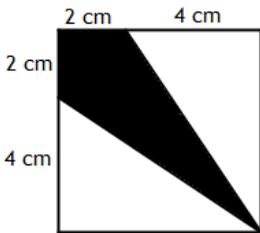
Problema 115 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 5)



En el dibujo, ABDE es un cuadrado. El perímetro de la figura ABCDE es 48. Los lados del cuadrado ABDE y del triángulo BCD tienen como medidas números enteros. Hallar todos los posibles valores para el área del cuadrado ABDE.

Problema 116 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 22)

¿Qué fracción del cuadrado está pintada de negro?



- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{5}$
- D) $\frac{3}{8}$
- E) $\frac{2}{9}$

Problema 117 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 14)

En un triángulo ABC, $\angle A = 183^\circ$, $\angle B = 31^\circ$, $\angle C = 66^\circ$. ¿Qué tipo de triángulo es el triángulo ABC?

- A) escaleno
- B) isósceles
- C) rectángulo
- D) equilátero
- E) no existe el triángulo

El número y las operaciones - Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 118 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

Alicia y cuatro amigas hacen una compra por 95 000 G. Ellas quieren repartir el gasto en partes iguales, pero Alicia tiene sólo 13 000 G.

¿Cuántos guaraníes debe conseguir Alicia para pagar la parte que le corresponde?

- A) 4 000 G C) 6 000 G E) 8 000 G
B) 5 000 G D) 7 000 G F) n. d. l. a.

Problema 119 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 7)

¿Cuántos números enteros hay *entre* 2 y 19?

- A) 17 C) 16 E) 14
B) 15 D) 18 F) n. d. l. a.

Problema 120 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 8)

Elisa escribe todos los números de dos dígitos (cifras), en los cuales la cifra de la decena es igual al triple de la cifra de la unidad (por ejemplo, un número podría ser 93).

¿Cuál es la suma de los números que escribió Elisa?

- A) 186 C) 207 E) 310
B) 197 D) 228 F) n. d. l. a.

Problema 121 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 1)

Nico va al supermercado y quiere comprar los cuatro artículos que están a continuación:



14 500 G



9 800 G



11 300 G



1 900 G

Él consigue que le hagan un descuento de 800 G en los dos artículos más caros. ¿Cuántos guaraníes tiene que pagar Nico?

- A) 38 300 G C) 36 800 G E) 34 800 G
B) 37 500 G D) 35 900 G F) n. d. l. a.

Problema 122 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

Un metro de alambre vale 4 100 G, ¿cuánto valdrá metro y medio?

- | | | |
|------------|------------|----------------|
| A) 2 050 G | C) 6 120 G | E) 6 250 G |
| B) 6 100 G | D) 6 150 G | F) n. d. l. a. |

Problema 123 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 6)

Enrique tiene 65 caramelos. Lo reparte entre sus treinta compañeros, dando 2 caramelos a cada uno. También da 2 caramelos a la profe. ¿Cuántos caramelos le quedan a Enrique?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 1 | C) 3 | E) 5 |
| B) 2 | D) 4 | F) n. d. l. a. |

Problema 124 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 7)

¿Cuál es el dígito (cifra) de las decenas en el mayor número de 6 cifras diferentes?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 7 | C) 5 | E) 3 |
| B) 6 | D) 4 | F) n. d. l. a. |

Problema 125 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 1)

Braulio escribe el mayor número de 5 dígitos diferentes. ¿Cuál es la suma de los dígitos (cifras) del número que escribió Braulio?

Problema 126 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 2)

Amalia escribe todos los números impares que existen entre 40 y 180. ¿Cuántas veces escribe el dígito 6?

Problema 127 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 6)

Raúl escribe números de tres dígitos (cifras), en los cuales, la suma de los tres dígitos es 24.

¿Cuál es la mayor cantidad de números que puede escribir Raúl?

Problema 128 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 1)

Una clase de 40 minutos comienza a las 11:50. Exactamente a la mitad de la clase, un pájaro entró en el salón. ¿A qué hora entró el pájaro al salón?

- | | | |
|----------|----------|----------|
| A) 12:20 | C) 12:30 | E) 12:10 |
| B) 12:00 | D) 11:30 | |

Problema 129 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 4)

Si ambas filas tienen la misma suma, ¿cuál es el valor de * ?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	199
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- A) 99
B) 100
C) 209
D) 289
E) 299

Problema 130 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 3)

En un restaurante un plato de ensalada cuesta 8 000 G, un plato de tallarín 18 000 G y el postre 10 000 G, si los pedidos se hacen por separado.

Un combo que incluye los tres platos juntos cuesta 30 000 G.

¿Cuánto ahorra una persona que pide el combo en vez de los tres platos separados?

- A) 6 000 G
B) 8 000 G
C) 10 000 G
D) 12 000 G
E) 14 000 G

Problema 131 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 5)

Pregunto a Nina qué puntuación obtuvo en la Olimpiada de Matemática. Ella dice: *la sexta parte de la puntuación máxima, que era 42 puntos, es igual a la cuarta parte de mi puntuación.*

¿Cuál fue su puntuación?

- A) 20
B) 24
C) 27
D) 28
E) 32

Problema 132 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 1)

Carlos entra en el 7.º Grado. Sus compañeros se colocan en fila para cantar el Himno Nacional. Carlos ocupa el lugar número 11 si se cuenta desde el comienzo de la fila y el lugar número 9 si se cuenta desde el final de la fila. ¿Cuántos alumnos hay en el grado de Carlos?

- A) 19
B) 20
C) 18
D) 21
E) 22

Problema 133 (*Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 2*)

Elisa debe escribir el mayor número que no alcance 50 000 y que tenga todas sus cifras pares. ¿Qué número escribe Elisa.

- A) 49 999 C) 50 000 E) 88 888
B) 48 000 D) 48 888

Problema 134 (*Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 3*)

Alicia suma dos números iguales y al resultado de esa suma vuelve a sumar el número 12 y obtiene como resultado 42. ¿Cuáles son los dos números iguales que sumó Alicia al principio?

- A) 30 C) 20 E) 12
B) 25 D) 15

Problema 135 (*Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 8*)

¿Cuál es el valor de la siguiente expresión?

$$1 \div 2 \div 4 \div 8$$

- A) $\frac{1}{64}$ C) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{8}$

Problemas Desafiantes

Problema 136 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)

Roberto escribe todos los números pares entre 21 y 123. ¿Cuántas veces escribe el número 5?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 5 | C) 15 | E) 25 |
| B) 10 | D) 20 | F) n. d. l. a. |

Problema 137 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 5)

La profesora de Amanda escribe la siguiente lista de números en la pizarra:

1 , 2 , 3 , 4 , . . . , 19 , 20

Luego pide a sus alumnos que borren de la lista todos los números que son múltiplos de 3.

¿Cuántos números quedan sin borrar?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 16 | C) 12 | E) 6 |
| B) 13 | D) 18 | F) n. d. l. a. |

Problema 138 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 8)

El dueño de una despensa compró 840 jabones. El fabricante le regaló un jabón más por cada docena que compró. ¿Cuántos jabones recibió en total?

- | | | |
|--------|--------|----------------|
| A) 910 | C) 890 | E) 860 |
| B) 900 | D) 870 | F) n. d. l. a. |

Problema 139 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 14)

Un grupo de amigos quiere repartir en partes iguales cierta cantidad de monedas. Jorge Enrique, que es muy bueno en matemáticas, dice a sus compañeros:

“Si cada uno de nosotros lleva 6 monedas sobrarán 5 monedas. Pero si queremos llevar 7 monedas cada uno, faltarían 8 monedas”.

¿Cuántas personas tiene el grupo de amigos?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 16 | C) 11 | E) 13 |
| B) 17 | D) 12 | F) n. d. l. a. |

Problema 144 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 19)

1 pavo \longrightarrow 5 gallos
1 ganso + 2 gallinas \longrightarrow 3 gallos
4 gallinas \longrightarrow 1 ganso

En un mercado de trueque, los animales se cambian de acuerdo con la lista de conversión mostrada en la figura.

¿Cuál es el menor número de gallinas que debe llevar una persona al mercado, si quiere volver con un ganso, un pavo y un gallo?

- A) 14 C) 16 E) 18
B) 15 D) 17

Problema 145 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 23)

Clara escribe siete números enteros consecutivos, y al calcular la suma de los tres menores obtiene 33. ¿Cuál será la suma de los tres mayores?

- A) 39 C) 42 E) 45
B) 37 D) 48

Problema 146 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 4)

Pedro y su hermana Marta quieren llenar la piscina de 180 litros que tienen en su casa. Pedro usa un balde de 20 litros y Marta un balde de 10 litros. Los dos hacen la misma cantidad de viajes desde la canilla hasta la piscina. ¿En cuántos viajes logran llenar la piscina?

- A) 5 viajes C) 7 viajes E) 9 viajes
B) 6 viajes D) 8 viajes

Problema 147 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 7)

Emma tiene 2 010 fichas. Pinta la tercera parte de color rojo y la quinta parte de color azul. Si quiere pintar 250 fichas de color verde, ¿cuántas fichas le sobrarán para pintarlas de otro color?

- A) 938 C) 688 E) 396
B) 786 D) 548

Problema 148 (Validación Kanguro 2010 - Cadete - Problema 10)

Paola estima que le lleva 55 minutos ir caminando y volver de la escuela cada día. El año pasado ella fue y volvió a la escuela 110 veces.

¿Cuánto tiempo en total empleó Paola en sus caminatas a la escuela?

- | | |
|----------------------|------------------------------|
| A) 4 días | D) 4 días 4 horas 50 minutos |
| B) 4 días 54 minutos | E) 4 días 5 horas 40 minutos |
| C) 4 días 5 horas | |

Los datos y la Estadística
Problemas para el Aula

Problema 149

Se realizó una encuesta entre los alumnos del 6.º y 7.º grado en el colegio de Martín, para saber qué preferían comer los estudiantes en el recreo.

Las alternativas que se les presentó fueron:

Pizza (P) , Mixto caliente (M) , Empanada (E) ,
Dulces (D) , Leche chocolatada (L).

Las respuestas fueron:

M P L D D P E M P
P E D E D L L P L
P E P E E P M L P
D E L P M P L D P
D E L L E P L L P

Elaborar una tabla de frecuencia para contestar la pregunta, ¿qué preferían comer los chicos?

Problema 150

La profe de Hernán preguntó a sus 32 alumnos sobre sus preferencias. Ella puso en la pizarra las siguientes opciones:

Juegos electrónicos (V)
Ver televisión (T)
Ir al cine (C)
Practicar deportes (D)

A continuación anotó en la pizarra las respuestas de los estudiantes:

V T C T D T V C
T D D D V C D T
D V C T D C V D
T T V C D V D C

Construir una tabla de frecuencias.

Problema 151

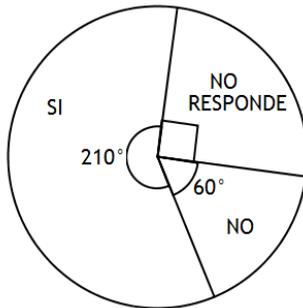
La tabla muestra las poblaciones de los Departamentos del Paraguay y de Asunción del año 2012.

DEPARTAMENTO	POBLACIÓN
Alto Paraguay	11 057
Alto Paraná	801 790
Amambay	125 746
Asunción	514 267
Boquerón	62 784
Caaguazú	484 177
Caazapá	151 477
Canindeyú	195 336
Central	2 297 739
Concepción	189 660
Cordillera	285 998
Guairá	198 532
Itapúa	551 128
Misiones	119 719
Ñeembucú	84 268
Paraguarí	239 661
Presidente Hayes	108 520
San Pedro	361 513
TOTAL	6 783 372

Construir un gráfico circular que represente la cantidad de habitantes de los departamentos que limitan con el Brasil.

Problema 152

Una empresa cinematográfica preguntó a 180 personas si les gustó una película. Las respuestas se representan en el siguiente gráfico:



- ¿Cuántas personas dijeron que SI?
- ¿Cuántas personas dijeron que NO?

Problema 153

La tabla muestra las poblaciones de los Departamentos del Paraguay y de Asunción del año 2012.

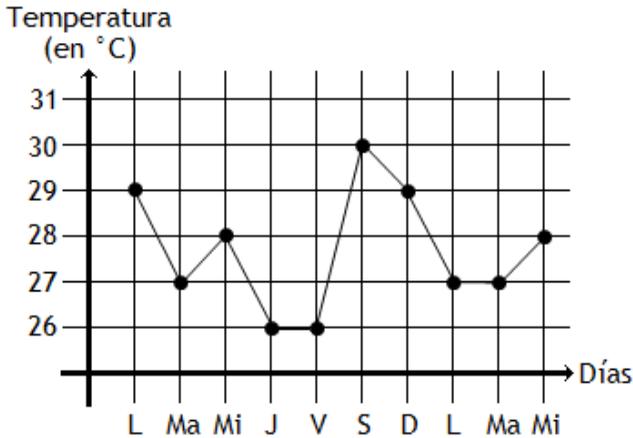
DEPARTAMENTO	POBLACIÓN
Alto Paraguay	11 057
Alto Paraná	801 790
Amambay	125 746
Asunción	514 267
Boquerón	62 784
Caaguazú	484 177
Caazapá	151 477
Canindeyú	195 336
Central	2 297 739
Concepción	189 660
Cordillera	285 998
Guairá	198 532
Itapúa	551 128
Misiones	119 719
Ñeembucú	84 268
Paraguarí	239 661
Presidente Hayes	108 520
San Pedro	361 513
TOTAL	6 783 372

Determinar la frecuencia relativa porcentual del Departamento de Paraguarí y los departamentos que limitan con Paraguarí.

Problema 154

La tarea de Ciencias de Tomás consistía en medir la temperatura máxima en su casa desde un día lunes hasta el miércoles de la semana siguiente.

Tomás construyó en siguiente gráfico:



¿Qué frecuencia relativa corresponde a la temperatura de 28°C?

A) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{5}$

E) $\frac{1}{10}$

B) $\frac{3}{10}$

D) $\frac{2}{5}$

F) n. d. l. a.

Problema 155

La tabla siguiente muestra datos del 21 de julio de 2015 extraídos de CountryMeters:

PAIS	CANTIDAD DE HABITANTES
Paraguay	6 995 423
Brasil	206 748 810
Argentina	42 582 393
Bolivia	11 136 918

Calcular la diferencia de las frecuencias relativas porcentuales entre las poblaciones de Argentina y Bolivia.

Problema 156

Se aplicó una encuesta en un barrio de una ciudad con respecto a la cantidad de habitaciones que tiene en cada casa:

Habitaciones	Cantidad de casas
2	80
3	240
4	180
5	200
6	120
7	20

¿Cuántas habitaciones más tienen las casas con frecuencia relativa porcentual de 14,3 %, que las que tienen frecuencia relativa porcentual 28,6 %?

Problema 157

Según datos del Ministerio de Agricultura y Ganadería, el rendimiento por hectárea de algunos productos agrícolas en la zafra 2013/2014 fue:

Soja	→	2 850 Kg/ha
Maíz	→	4 000 kg/ha
Mandioca	→	17 000 kg/ha
Trigo	→	1 500 kg/ha

Construir un gráfico de líneas.

Problema 158

La siguiente tabla muestra datos proporcionados por el MAG del crecimiento del PIB en los ramos de Ganadería y Explotación Forestal correspondiente a los años 2000 y 2002. Los datos están en miles de millones de guaraníes.

	2000	2002
Ganadería	765	808
Explotación Forestal	301	271

¿Cuál de los siguientes gráficos representa esos datos?

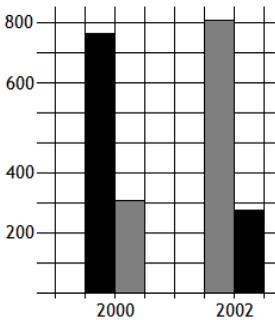


Gráfico 1

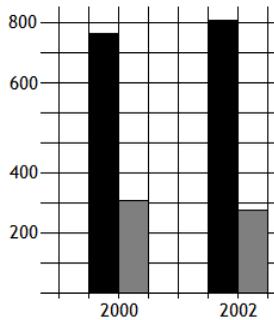


Gráfico 2

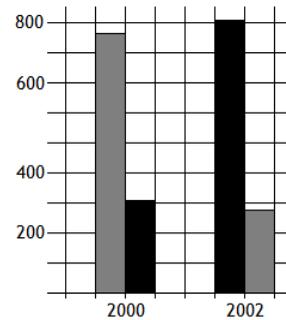


Gráfico 3

 Ganadería  Explotación Forestal

Miscelánea

Problema 159 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 6)

Observa la siguiente serie de letras y números:

Z Y X 1 2 3 W V U 4 5 6 T S R □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Si seguimos escribiendo en los 10 lugares vacíos, según el criterio establecido, ¿qué número o letra debe estar en el último lugar?

- A) 11 C) M E) Ñ
B) 12 D) N F) n. d. l. a.

Problema 160 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 4)

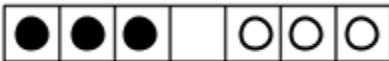
Una hormiguita camina sobre una varilla de 32 cm de largo. Primero va de una punta a la otra.

Se da vuelta y va hasta la mitad de la varilla; allí se da vuelta y recorre la mitad del camino que recorrió la última vez.

¿Cuántos centímetros recorrió la hormiguita en total?

- A) 28 cm C) 56 cm E) 112 cm
B) 42 cm D) 64 cm F) n. d. l. a.

Problema 161 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 9)



Belén juega con las fichas que se ven en la figura.

En la cuadrícula 7 por 1 tenemos 6 fichas, 3 negras y 3 blancas.

El juego consiste en permutar las posiciones de las fichas negras y blancas. Es decir, las negras van a pasar a las posiciones de las blancas y viceversa.

Para ello son válidos los siguientes movimientos:

- Una ficha puede moverse a un lugar contiguo, si éste está vacío.
- Una ficha junto a otra de distinto color puede saltar por encima de ella si el salto (por encima de una sola ficha) le lleva a una casilla vacía.
- Son válidos tanto los movimientos hacia atrás como hacia adelante.

¿Cuál es la mínima cantidad de movimientos que puede hacer Belén para resolver el juego?

- A) 17 C) 15 E) 13
B) 16 D) 14 F) n. d. l. a.

Problema 162 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 10)

Utilizando los dígitos (cifras) 1 , 3 , 6 , 7 , 8 Zunilda escribe todos los números de tres cifras distintas.

¿Cuántos números escritos por Zunilda son mayores que 700?

- A) 125 C) 40 E) 12
B) 60 D) 24 F) n. d. l. a.

Problema 163 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 11)

Elisa suma 4 números pares consecutivos y obtiene como resultado 116. ¿Cuál es el mayor de los números?

- A) 26 C) 32 E) 34
B) 30 D) 28 F) n. d. l. a.

Problema 164 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 3)

Para ir de Asunción a Ciudad del Este, Abel puede elegir entre viajar en ómnibus o avión.

Él tiene ofrecimiento de 2 compañías aéreas y 7 empresas de ómnibus.

¿De cuántas maneras puede viajar Abel?

Problema 165 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 5)

En el pueblo donde vive Rafael tanto las calles como las casas se identifican con números.

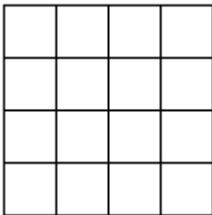
El número de la casa de Rafael y el número de la calle suman 17.

El producto de ambos números es 66.

El número mayor es el número de la calle.

¿Cuál es la dirección de Rafael?

Problema 166 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 4)



Juana tiene muchos cuadraditos de madera en su mesa y con algunos de ellos arma cuadrados más grandes, como por ejemplo el de la figura.

Cuando trata de construir cierto cuadrado grande, le faltan 7 cuadraditos para poder completar su construcción.

Entonces construye el cuadrado anterior (con un cuadradito menos en el lado), y le sobran 10 cuadraditos.

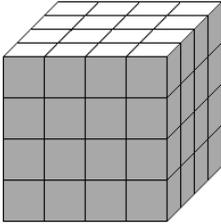
¿Cuántos cuadraditos tenía Juana sobre la mesa?

Problema 167 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 2)

Mateo y Clara viven en un edificio. Clara vive 12 pisos por encima de Mateo. Un día, Mateo sube por las escaleras a visitar a Clara. Cuando llega a la mitad de su camino está en el 8° piso. ¿En qué piso vive Clara?

- A) 10 C) 14 E) 20
B) 12 D) 16

Problema 168 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 6)



Un cubo grande está formado por 64 cubos pequeños de igual tamaño, todos de color gris. Si 5 de las caras del cubo grande se pintan de verde, ¿cuántos cubos pequeños quedan con tres caras pintadas de verde?

- A) 4 C) 16 E) 24
B) 8 D) 20

Problema 169 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 7)

En el ascensor se puede leer el siguiente aviso: *Máximo número de personas: 3 adultos o 6 niños*. ¿Cuántos niños, como máximo, pueden subir al ascensor con 1 adulto para no sobrepasar el límite?

- A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4

Problema 170 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 9)

En la biblioteca de la escuela de Ana, Beatriz y Carlos hay muchos libros. *Aproximadamente, 2 010*, les dice el profesor y les pide que traten de acertar cuántos hay. Ana dice *exactamente 2 010*; Beatriz dice *1 998*; y Carlos, *2 015*.

El profesor les dice que se han equivocado en 12, 7 y 5, pero no necesariamente en este orden. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca?

- A) 2 003 C) 2 020 E) 2 022
B) 2 008 D) 2 005

Problema 171 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 10)

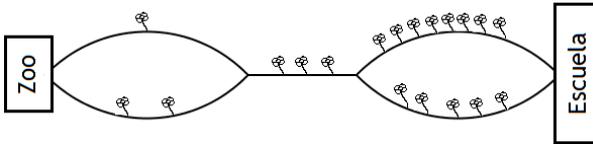
La profesora escribe en la pizarra cinco números:

2 010 ; 201 020 ; 20 102 010 ; 2 010 201 020 ; 201 020 102 010

¿Cuántos de ellos son múltiplos de 6?

- A) Ninguno C) 2 E) Todos
B) 1 D) 3

Problema 172 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 11)

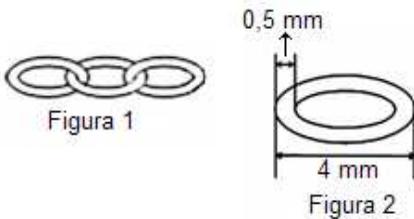


El pequeño Kangu va directo del Zoológico a la escuela por uno de los caminos.

Si él cuenta cada flor que encuentra en su camino, ¿qué número **NO** puede ser el resultado?

- A) 9 C) 11 E) 13
B) 10 D) 12

Problema 173 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 12)



Un joyero fabrica pulseras juntando anillos como se indica en la Figura 1. Las medidas de cada anillo están indicadas en la Figura 2.

¿Cuál es la medida, en milímetros, de una pulsera de 5 anillos?

- A) 15 B) 16 C) 17,5
D) 19 E) 20

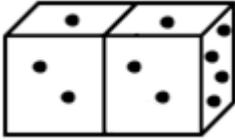
Problema 174 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 13)

Liza tiene 9 palitos de igual tamaño. Usando todos los palitos ella arma conjuntos de dos polígonos cada uno (por ejemplo, son polígonos el triángulo y el cuadrado).

¿Cuántos conjuntos diferentes puede armar Liza, de acuerdo a la cantidad de lados de los polígonos?

- A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4

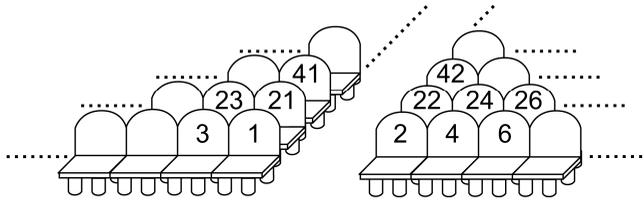
Problema 175 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 14)



Dos dados iguales se colocan juntos y en la misma posición, como muestra la figura. La suma de los puntos de las caras opuestas de cada dado es 7. ¿Cuál es la suma de los puntos de las caras que están pegadas?

- A) 7 C) 5 E) 3
 B) 6 D) 4

Problema 176 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 15)



Ana compró un boleto para el asiento número 100. Beatriz quiere sentarse lo más cerca que pueda de Ana, pero sólo quedan disponibles boletos para los asientos 76, 94, 99, 104 y 118.

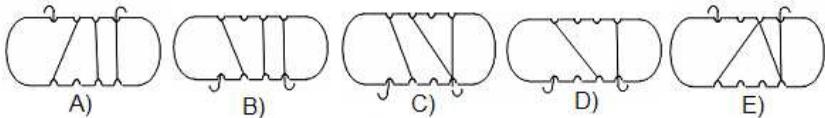
¿Cuál le conviene comprar?

- A) 94 C) 99 E) 118
 B) 76 D) 104

Problema 177 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 16)



María enrolló un trozo de hilo en un pedazo de madera, como se ve en la figura. ¿Cómo se ve la parte de atrás?



Problema 181 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 21)



Juanita dibujó una flor con cinco pétalos y quiere colorearlos, pero solo tiene dos tintas disponibles: negra y blanca. ¿Cuántas flores diferentes podría obtener usando al menos uno de esos dos colores para pintar los pétalos?

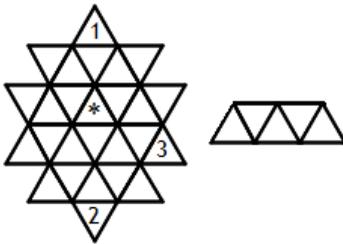
La figura muestra un ejemplo de una flor que podría ser pintada en esas condiciones.

- A) 6
- B) 7

- C) 8
- D) 9

- E) 10

Problema 182 (Kanguro 2010 - Cadete - Problema 24)



En cada triángulo hay que escribir uno de los números 1, 2, 3 o 4

(en tres triángulos ya se ha hecho), de manera que si la pieza de la derecha se coloca cubriendo exactamente cuatro triángulos, los números cubiertos sean todos diferentes (la pieza se puede girar antes de colocarla).

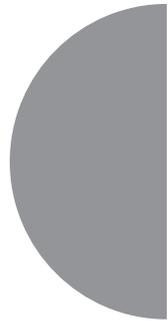
¿Qué número debe ir en el triángulo marcado con *?

- A) solo el 1
- B) solo el 2

- C) solo el 3
- D) solo el 4

- E) cualquiera entre 1, 2 y 3

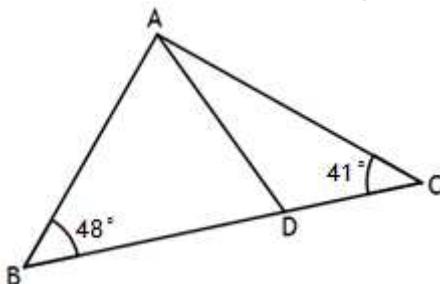
NIVEL 2
8.º y 9.º Grado



La geometría y la medida

Problemas para el Aula

Problema 201 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 6)

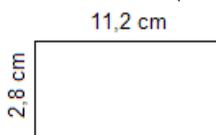


En el libro de matemáticas de Pedro está el triángulo de la figura. También está la información que $BA = BD$.

¿Cuál es la medida del ángulo DAC?

- A) 114° D) 57°
B) 91° E) 27°
C) 66° F) n. d. l. a.

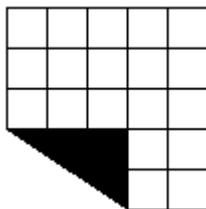
Problema 202 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 1)



Carolina quiere dibujar un cuadrado que tenga el mismo perímetro que el rectángulo de la figura. ¿Cuánto medirá el lado del cuadrado?

- A) 6 cm C) 8 cm E) 10 cm
B) 7 cm D) 9 cm F) n. d. l. a.

Problema 203 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 4)

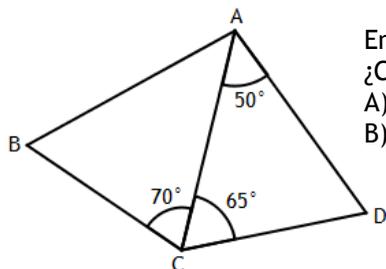


Gabriela tiene 25 cuadrados de $2,4 \text{ cm}^2$ de área. Con ellos arma un cuadrado mayor que se muestra en la figura, cortando y coloreando algunos de los cuadrados.

¿Cuál es el área de la superficie pintada de negro?

- A) $14,4 \text{ cm}^2$ C) $9,6 \text{ cm}^2$ E) $4,8 \text{ cm}^2$
B) $7,2 \text{ cm}^2$ D) 12 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 204 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 20)



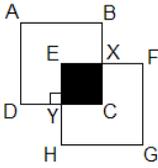
En el cuadrilátero ABCD, $AD = BC$.

¿Cuánto mide el ángulo ABC?

- A) 50° C) 60° E) 70°
B) 55° D) 65°

Problemas Desafiantes

Problema 205 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

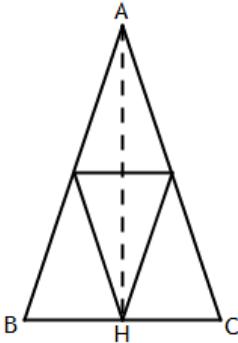


Los cuadrados ABCD y EFGH son iguales. Los vértices E y C coinciden con el centro del otro cuadrado. El área del cuadrado pintado de negro es 3.

¿Cuál es el área de la figura ABXFGHYD?

- A) 15 C) 21 E) 27
B) 18 D) 24 F) n. d. l. a.

Problema 206 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 4)



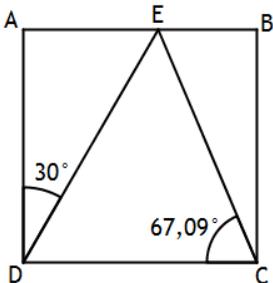
El triángulo ABC de la figura es isósceles y está formado por 4 triángulos isósceles iguales más pequeños.

El lado BC mide 24 cm y la altura AH, 16 cm.

¿Cuál es el perímetro de uno de los triángulos pequeños?

- A) 16 cm C) 32 cm E) 42 cm
B) 26 cm D) 36 cm F) n. d. l. a.

Problema 207 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 8)



El cuadrado de la figura de la izquierda tiene dibujado adentro el triángulo DEC.

¿Cuánto mide el ángulo AEC?

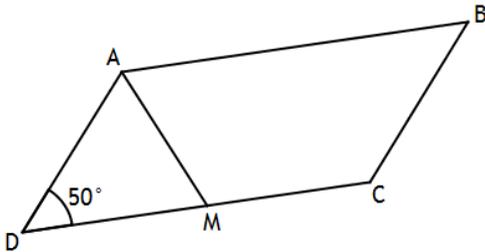
- A) 52,91° D) 120°
B) 67,09° E) 112,91°
C) 70° F) n. d. l. a.

Problema 208 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 10)

En un cuadrado ABCD, el lado mide 10 cm. M es el punto medio del lado AB y N es el punto medio del lado AD. ¿Cuál es el área de la figura NMCD?

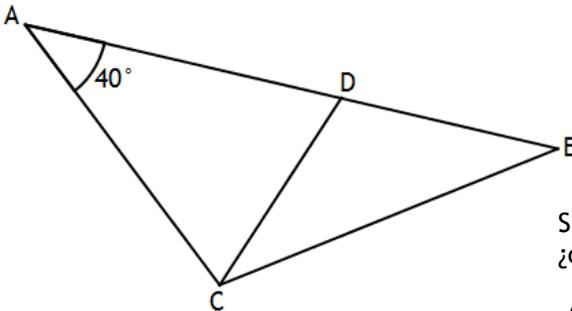
- A) 75 cm^2 C) 50 cm^2 E) $12,5 \text{ cm}^2$
B) $62,5 \text{ cm}^2$ D) 25 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 209 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 2)



En un paralelogramo ABCD, $\angle ADC = 50^\circ$. Se traza la bisectriz del ángulo $\angle DAB$ que corta al lado DC en el punto M. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle AMC$?

Problema 210 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 5)



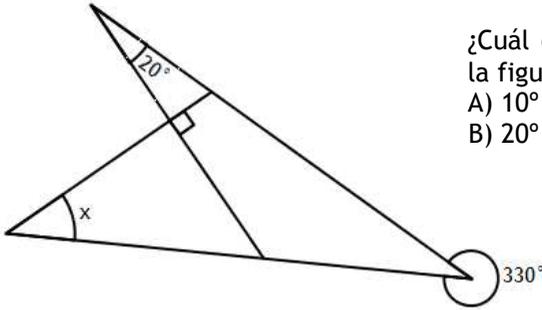
Manuela dibuja un triángulo ABC. Luego ubica el punto D sobre AB tal que $CD = DB$ y $AC = AD$.

Si el ángulo $\angle CAB = 40^\circ$, ¿cuánto miden los ángulos $\angle ACB$ y $\angle ABC$?

Problema 211 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 8)

El área de un trapecio es 600 cm^2 . Si la base menor y la altura son iguales y la base menor es la mitad de la base mayor, ¿cuánto mide la base mayor?

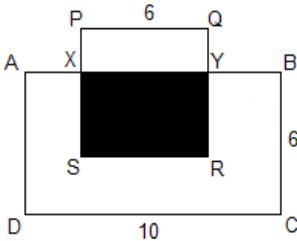
Problema 212 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 13)



¿Cuál es la medida del ángulo x de la figura?

- A) 10° C) 30° E) 50°
 B) 20° D) 40°

Problema 213 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 14)



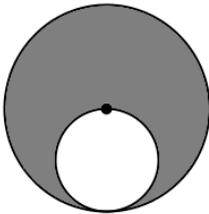
En la figura, ABCD es un rectángulo y PQRS es un cuadrado.

El área pintada de negro es la mitad del área del rectángulo ABCD.

¿Cuál es la longitud PX?

- A) 2 C) 1 E) 1,5
 B) 4 D) 2,5

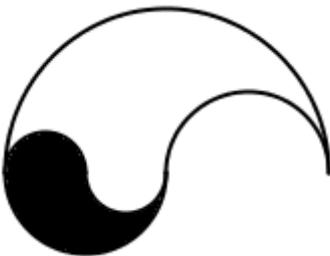
Problema 214 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 15)



Dos circunferencias son tangentes interiores y la menor pasa por el centro de la mayor. El área del círculo mayor es $2\,010\text{ cm}^2$. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

- A) menos de $1\,000\text{ cm}^2$
 B) $1\,005\text{ cm}^2$ D) $1\,340\text{ cm}^2$
 C) $1\,206\text{ cm}^2$ E) más de $1\,500\text{ cm}^2$

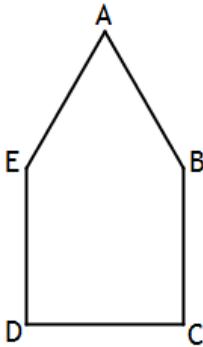
Problema 215 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 23)



La figura está formada por semicírculos de radios 2 cm, 4 cm y 8 cm. ¿Qué fracción de la figura tiene color negro?

- A) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{4}$
 B) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{8}$

Problema 216 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 11)



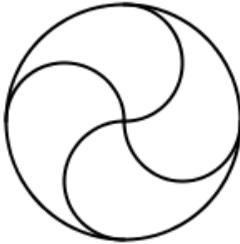
El pentágono ABCDE de la figura es equilátero. Tiene dos ángulos rectos:

$$\angle EDC = 90^\circ \text{ y } \angle BCD = 90^\circ$$

Calcular la medida del ángulo AED.

- A) 60° C) 120° E) 165°
 B) 90° D) 150°

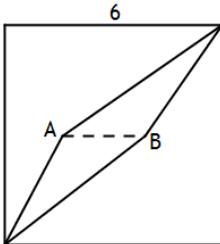
Problema 217 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 21)



Un círculo de radio 4 cm se divide en cuatro partes iguales por arcos de círculo de radio 2 cm, como se ve en la figura. ¿Cuál es el perímetro de cada una de esas cuatro partes, en centímetros?

- A) 2π C) 6π E) 12π
 B) 4π D) 8π

Problema 218 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 12)



En el cuadrado de lado 6 de la figura, los puntos A y B están sobre la base media del cuadrado (base media: segmento paralelo a la base por los puntos medios de dos de los lados)

Cuando se trazan segmentos desde A y B a dos vértices opuestos se obtiene un cuadrilátero cuya área es la tercera parte del área del cuadrado.

¿Cuál es la medida del segmento AB?

- A) 3,6 cm C) 4 cm E) 4,4 cm
 B) 3,8 cm D) 4,2 cm

Problema 219 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 1)

Las caras adyacentes de un paralelepípedo rectángulo (caja de zapatos) tienen un área de 7 , 14 y 18 , respectivamente.

¿Cuál es el volumen del paralelepípedo?

A) 39

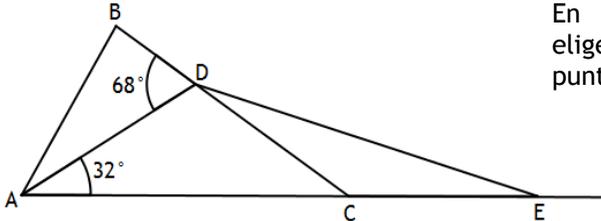
C) 42

E) 126

B) 1 764

D) 256

Problema 220 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 2)



En un triángulo ABC, se elige sobre el lado BC un punto D tal que:

$$\widehat{ADB} = 68^\circ$$

Se prolonga el lado AC y sobre la prolongación se ubica un punto E tal que $DC = CE$ (el punto C queda entre A y E).

Siendo $\widehat{DAC} = 32^\circ$, calcular la medida del ángulo BDE.

Problema 221 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 4)

En un triángulo ABC, $AB = 18$, $AC = 24$, $BC = 30$. Se traza la mediana AM y se toma el punto N sobre AC tal que $\frac{AB}{AN} = \frac{BC}{CN}$.

Determinar la razón entre las áreas de los triángulos ABM y ABN.

El número y las operaciones - Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 222 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)

Juanfer suma los dos mayores capicúas de 3 dígitos (cifras), que no tengan los 3 dígitos iguales y Sofi suma los dos menores capicúas de 3 dígitos que no tengan 3 dígitos iguales.

Jorge calcula la diferencia entre los valores encontrados por Juanfer y Sofi.

¿Cuál es ese valor? (Un número capicúa es el número que se lee de igual forma de derecha a izquierda, que de izquierda a derecha, por ejemplo 616)

- | | | |
|----------|-----------|----------------|
| A) 1 645 | C) 1 676 | E) 1 716 |
| B) 1 746 | D) 13 431 | F) n. d. l. a. |

Problema 223 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

Si un número N se divide entre 7 da 287 como cociente y 1 de residuo.

Si otro número P se divide entre N el cociente es 6 y el residuo 5.

¿Cuál es el valor de P?

- | | | |
|-----------|-----------|----------------|
| A) 2 010 | C) 287 | E) 15 032 |
| B) 12 065 | D) 20 100 | F) n. d. l. a. |

Problema 224 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)

Pedro y Juan son carpinteros. Pedro fabrica 16 sillas en 2 días de trabajo y Juan 27 sillas en 3 días de trabajo. Si juntan su producción para hacer una venta, ¿cuántas sillas fabricarán en 5 días?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 15 | C) 43 | E) 75 |
| B) 17 | D) 55 | F) n. d. l. a. |

Problema 225 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 13)

Los compañeros de Luis deben llevar 48 litros de agua para un paseo que han organizado. Tienen botellas de 1 litro, de 2 litros y de 5 litros y quieren llevar la menor cantidad de botellas posibles.

¿Cuántas botellas de 1 litro llevarán?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 1 | C) 3 | E) 5 |
| B) 2 | D) 4 | F) n. d. l. a. |

Problema 226 (3.ª Ronda Zonal 2010 - Problema 6)

Julia escribió la siguiente serie de números:

1 , 2 , 6 , 24 , 120 , 720 , ...

¿Cuáles son los dos números siguientes en la serie que escribió Julia?

Problema 227 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 1)

Ernesto calcula correctamente el valor de la siguiente expresión:

$$(1\ 010 - 1\ 009) + (1\ 009 - 1\ 008) + \dots + (3 - 2) + (2 - 1)$$

¿Qué resultado obtiene?

- A) 1 010 C) 505 E) 1
B) 1 009 D) 50

Problema 228 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 6)

Ariel escribe siete enteros consecutivos, de modo que la suma de los tres menores es 33. ¿Cuál es la suma de los tres mayores?

- A) 39 C) 42 E) 45
B) 37 D) 48

Problema 229 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 16)

La abuela hizo una torta para los nietos que vienen a visitarla. Ella quiere que todos coman la misma cantidad de torta, pero no se acuerda si van a venir 3, 5 o 6 nietos. ¿En cuántos pedazos iguales debe dividir la torta para que todos los nietos coman la misma cantidad?

- A) 12 C) 18 E) 30
B) 15 D) 24

Problema 230 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 17)

Nico suma tres números distintos de una cifra. ¿Cuál de los números siguientes NO puede ser el resultado que obtiene Nico?

- A) 8 C) 15 E) 25
B) 10 D) 23

Problema 231 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 10)

Si dividimos 20 032 004 entre 2 004, ¿cuál es el residuo de la división?

- A) 0 C) 20 E) 40
B) 10 D) 30

Problemas Desafiantes

Problema 232 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 1)

$$\begin{array}{r} 52A \\ + BA \\ \hline 59B \end{array}$$

La profe de Zunilda escribió en la pizarra una adición, pero Zunilda cambió algunos números por letras (números iguales por letras iguales). ¿Cuál es el valor de $(A + B)$?

- A) 6 C) 12 E) 16
B) 8 D) 14 F) n. d. l. a.

Problema 233 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 5)

Aline, Cristian y Micaela coleccionan figuritas. Entre los tres tienen 140 figuritas.

Cristian tiene 12 figuritas menos que Aline y Micaela tiene 8 figuritas más que Cristian.

¿Cuántas figuritas tiene Aline?

- A) 50 C) 52 E) 54
B) 51 D) 53 F) n. d. l. a.

Problema 234 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 8)

A Emmanuel se le ocurre sumar todos los números desde 100 hasta 121, pero se le olvida sumar uno de los números y obtiene 2 316 como resultado de la suma.

¿Cuál es el número olvidado por Emmanuel?

- A) 113 C) 116 E) 119
B) 115 D) 118 F) n. d. l. a.

Problema 235 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 7)

Un número N se divide entre 4. Si $N = 4^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2$, ¿cuál es el resto de la división?

- A) 0 C) 2 E) 4
B) 1 D) 3 F) n. d. l. a.

Problema 236 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 12)

Mirta tiene una cierta cantidad de dinero. Utiliza la mitad de lo que tiene para comprarse una pollera y la tercera parte de lo que tiene para comprarse una blusa.

La pollera cuesta 12 000 G más que la blusa.

¿Cuánto dinero tiene Mirta?

- A) 72 000 G C) 64 000 G E) 56 000 G
B) 68 000 G D) 60 000 G f) N. D. L. A.

Problema 237 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 16)

Ini inventó una contraseña de 5 dígitos para su computadora usando los dígitos 0, 2, 4, 6, 8 sin repetir ninguno y usándolos a todos.

Luego Ini se olvidó del código pero tenía anotado lo siguiente en su cuaderno:

- El primer dígito es un tercio del quinto dígito. (El primer dígito es el de las decenas de mil)
- El cuarto dígito es el producto del primer y el tercer dígito

¿Cuál es la diferencia entre el 4^o y el 1^{er} dígito?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 8 | C) 4 | E) 0 |
| B) 6 | D) 2 | F) n. d. l. a. |

Problema 238 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 4)

En una sustracción de números pares, el sustraendo está entre 20 y 42 y la diferencia está entre 30 y 40. María suma el menor valor posible del minuendo con el mayor valor posible del minuendo. ¿Qué valor obtiene María?

Problema 239 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 9)

¿Cuántos números capicúas de 4 cifras son divisibles entre 3 y 5, simultáneamente?

(un número capicúa es el que se lee de igual forma de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, por ejemplo: 1 441).

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 1 | C) 3 | E) 5 |
| B) 2 | D) 4 | F) n. d. l. a. |

Problema 240 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 9)

Juana compra papas del Supermercado, y las empaca en tres bolsas. Si se suman los pesos de las bolsas de dos en dos se obtiene:

1,8 kg ; 2,4 kg y 2,6 kg

¿Cuánto pesa la bolsa más pesada?

Problema 241 (3.ª Ronda Zonal 2010 - Problema 10)

Liza escribe la siguiente sucesión de números, utilizando una ley de formación que ella mantiene en secreto:

2 , 7 , 9 , 16 , 25 , ...

¿Qué número ocupa el 10.º lugar en la lista de Liza?

Problema 242 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 12)

Sara suma los cien primeros pares positivos y Tomás suma los cien primeros impares positivos. ¿Cuál es la diferencia entre sus resultados?

- A) 0 C) 100 E) 15 150
B) 50 D) 10 100

Problema 243 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 18)

Del total de puntos posibles de una prueba, Lucas consiguió el 85 % y Rodrigo el 90 %. Si Rodrigo tuvo un punto más que Lucas, ¿cuál es la máxima puntuación posible en esta prueba?

- A) 5 C) 18 E) 25
B) 17 D) 20

Problema 244 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 19)

Si $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4 = e - 5$, ¿cuál de los números a , b , c , d , e es el mayor?

- A) a C) c E) e
B) b D) d

Problema 245 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 5)

Cristian debe encontrar el menor número natural que multiplicado por 60 de como resultado un cuadrado perfecto (por ejemplo 49 es un cuadrado perfecto porque $7^2 = 49$). ¿Cuál es ese número?

- A) 60 C) 15 E) 6
B) 45 D) 9

Problema 246 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 13)

¿Cuál es el valor de la siguiente expresión $\frac{10^{1\ 100}}{10^{100}}$?

A) 10^{11}

C) 10^{10^3}

E) $1^{1\ 000}$

B) $10^{3^{10}}$

D) $10\ 000\ 000\ 000^{10}$

Problema 247 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 1)

¿Cuántos son los números enteros de tres cifras, tales que la cifra central es la media aritmética (promedio) de las otras dos?

Problema 248 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 3)

Felipe plantea a sus compañeros del 8º grado la siguiente adivinanza:

Si sumo cuatro números obtengo 80; pero además, si sumo 3 al primer número, si resto 3 al segundo número, si el tercer número lo multiplico por 3 y el cuarto número lo divido entre 3, todos esos resultados son iguales. ¿Cuál es el mayor número entre los cuatro y cuál es su valor?

Problema 249 (4.ª Ronda Final 2010 - Problema 5)

$$\begin{array}{r} A A B \\ + A C C \\ \hline A D D \\ \hline 2 0 1 0 \end{array}$$

En la adición de la izquierda, cada letra representa un dígito. Letras iguales representan al mismo dígito, pero A, B, C y D son diferentes entre sí.

¿Cuáles son las adiciones que cumplen las condiciones del problema?

Los datos y la estadística

Problemas para el Aula

Problema 250

Se preguntó a 20 personas la cantidad de mensajes de texto que recibieron el día anterior.

Los datos fueron:

10 , 8 , 12 , 7 , 12 , 11 , 10 , 10 , 9 , 11
7 , 9 , 11 , 12 , 10 , 8 , 9 , 10 , 8 , 12

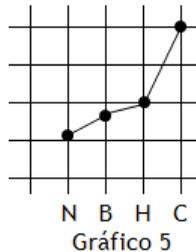
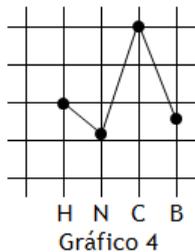
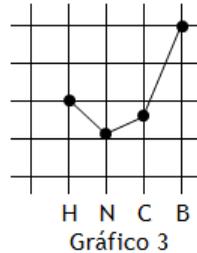
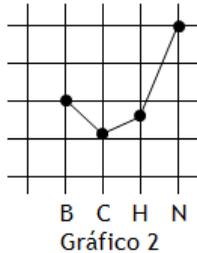
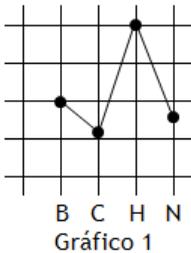
¿Cuál es el valor de la media y la mediana?

Problema 251

La siguiente tabla corresponde a la cantidad de libros en la carpeta de Sergio “Libros de lectura”:

Historia	8
Novelas	20
Ciencias	6
Biografías	10

¿Cuáles de los gráficos representa los datos de la tabla?



Observación: B , C , H y N son las cantidades de libros de las áreas correspondientes.

Problema 252

En el grado de Lucía las notas correspondientes a los estudiantes en una prueba de ciencias son:

2 , 3 , 2 , 5 , 4 , 3 , 3 , 4 , 5 , 1
2 , 1 , 3 , 5 , 5 , 4 , 3 , 2 , 5 , 4

Construir una tabla de frecuencia, un gráfico de barras y determinar la media.

Problema 253

En una clínica pediátrica se preguntó a los padres sobre la edad de los niños que estaban en sala de espera para ser atendidos.

Con los datos obtenidos se construyó la siguiente tabla:

Edad (en meses)	Cantidad de niños
9	2
10	5
11	10
12	15
13	12
14	4
15	1

Dibujar el polígono de frecuencias.

Calcular la moda, la mediana y la media.

Problema 254

Tres agricultores formaron una cooperativa.

Pedro produjo el 40 % de los productos, Luis el 35 % y Manuel el resto.

¿Qué frecuencia relativa corresponde a Manuel?

Problema 255

En la tabla se registra la lluvia caída en Pedro Juan Caballero desde el 1 al 15 de julio de 2015:

Día	Lluvia caída en mm
1	3,0
2	24,7
3	28,3
4	0,0
5	0,0
6	0,9
7	26,8
8	0,2
9	4,0
10	140,1
11	2,3
12	0,0
13	0,0
14	32,7
15	1,5

¿Cuál es la media?

Problema 256

Alberto escribe la siguiente lista de números:

10 , 12 , 10 , 15 , 14 , 8 , 13 , 15 , 11 , 10
9 , 12 , 13 , 15 , 14 , 13 , 10 , 11 , 12 , 9

¿Cuál es la media, la mediana y la moda?

Luego Alicia agrega el número 15. ¿Cuál de los dos parámetros se modifica más, la media o la mediana?

Problema 257

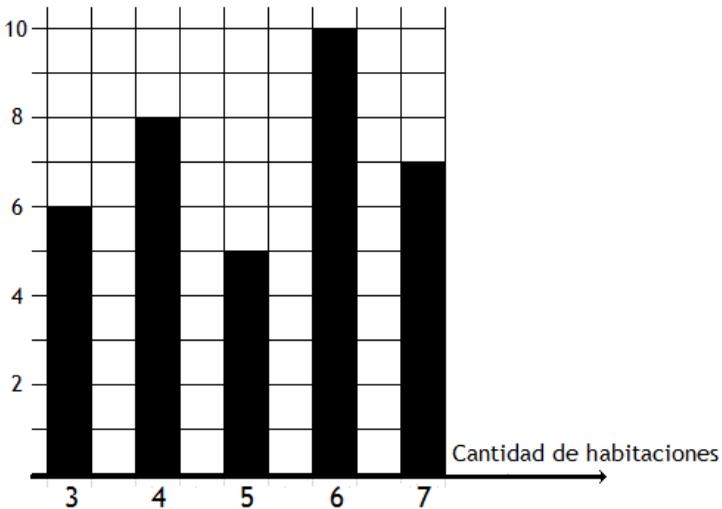
Los 25 estudiantes de un 8.º grado opinaron sobre un programa de TV, calificándolo del 1 al 5. Los resultados obtenidos fueron:

1 , 3 , 3 , 4 , 1
2 , 2 , 2 , 5 , 1
4 , 5 , 1 , 5 , 3
5 , 1 , 4 , 1 , 2
2 , 1 , 2 , 3 , 5

Calcular la media, la moda y la mediana.

Problema 258

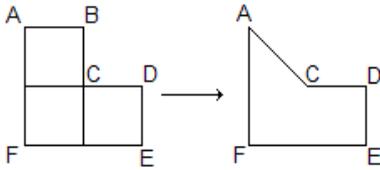
En un censo se recorrió una cuadra y se preguntó al representante de cada familia, con cuántas habitaciones contaba la casa. El resultado de la encuesta está en el siguiente gráfico:



¿Cuántas familias fueron encuestadas?

¿Cuántas habitaciones hay en total, teniendo en cuenta todas las familias que fueron encuestadas?

Problema 261 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 6)



Eliane tiene 3 cuadrados iguales y los dispone como se ve en la figura de la izquierda del gráfico.

A partir de esa figura Eliane obtiene la figura de la derecha del gráfico.

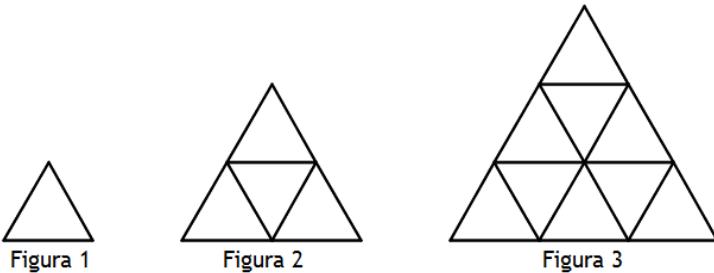
La parte que Eliane sacó tiene $6,5 \text{ cm}^2$.

¿Cuál es la superficie de la figura ACDEF?

- A) $28,5 \text{ cm}^2$ C) 34 cm^2 E) $38,5 \text{ cm}^2$
 B) $32,5 \text{ cm}^2$ D) 36 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 262 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 11)

Utilizando triángulos equiláteros iguales de 1 cm de lado, Ema arma los triángulos que se muestran en la figura.



Por ejemplo, para la figura 2 Ema utiliza 4 de esos triángulos.

¿Cuántos triángulos tendrá la figura 10?

- A) 64 C) 100 E) 144
 B) 81 D) 121 F) n. d. l. a.

Problema 263 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 14)

Alicia controla la cantidad de páginas que tienen sus libros de Matemáticas, Castellano, Inglés, Ciencias y Música. Encuentra que el libro de Castellano tiene más páginas que el libro de Música y también que el de Inglés. El libro de Matemáticas tiene más páginas que el Inglés pero menos páginas que el de Música. El libro de Ciencia tiene la misma cantidad de páginas que el libro de Inglés.

¿Cuál libro tiene más páginas?

- A) Música C) Castellano E) Ciencias
 B) Ingles D) Matemáticas F) n. d. l. a.

Problema 264 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 15)

Manu juega en un equipo de fútbol de aficionados y quiere comprarse casacas para los partidos. Hay casacas de color rojo, verde y azul. Manu quiere comprar 4 casacas, pero al menos una de cada color.

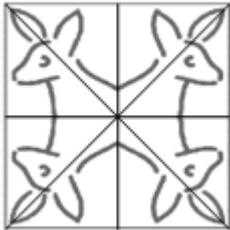
¿De cuántas maneras puede hacerlo?

- A) 6 C) 4 E) 1
B) 5 D) 3 F) n. d. l. a.

Problema 265 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 7)

Tengo cinco varillas de madera de 2 cm , 4 cm , 5 cm , 6 cm y 8 cm cada una. ¿Cuántos triángulos diferentes puedo armar?

Problema 266 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 2)



María dobla cuatro veces el papel, y los pliegues se indican en la figura. ¿Cuántas veces la figura de los canguros coincide totalmente a medida que se va doblando?

- A) 0 C) 2 E) infinitas veces
B) 1 D) 4

Problema 267 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 3)



Catalina tarda 18 minutos en atar tres anillos con hilos como se ve en la figura. ¿Cuánto tiempo le llevará atar seis anillos si cada unión le lleva el mismo tiempo?

- A) 27 min C) 36 min E) 60 min
B) 30 min D) 45 min

Problema 268 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 4)

En una fábrica de juguetes, se colocan los canguros de peluche en cajas cúbicas de cartón del mismo tamaño. Ocho de estas cajas se embalan en cajas cúbicas mayores, de plástico, sin desperdicio de espacio. ¿Cuántas cajas de canguros se apoyan en el fondo de cada una de esas cajas de plástico?

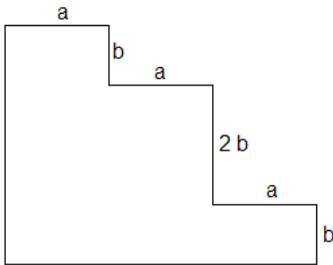
- A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4

Problema 269 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 5)

¿Cuál es el menor número de rectas paralelas coplanares necesarias para dividir el plano en exactamente 5 regiones?

- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) infinitas

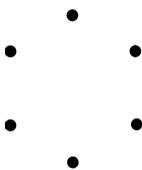
Problema 270 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 7)



La profesora de Marcos pregunta a sus alumnos cuál de las expresiones representa el perímetro de la figura, en la cual todos los ángulos son rectos.

- A) $3a + 4b$
B) $3a + 8b$
C) $6a + 4b$
D) $6a + 6b$
E) $6a + 8b$

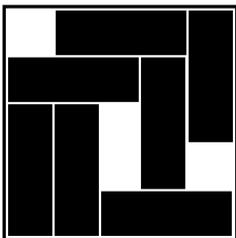
Problema 271 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 8)



Elena dibuja los seis vértices de un hexágono regular y traza segmentos uniendo esos puntos para obtener una figura geométrica. Esa figura seguro que **NO** es un:

- A) trapecio
B) triángulo rectángulo
C) cuadrado
D) rectángulo
E) triángulo equilátero

Problema 272 (Kanguro 2010 - Junior - Problema 10)



Siete piezas se colocan en una caja, como se muestra en el dibujo. Es posible deslizar las piezas en la caja, de modo que haya espacio para una pieza más. ¿Cuántas piezas, como mínimo, habrá que mover?

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) imposible saberlo

Problema 277 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 3)

Para una operación \boxplus se cumple que:

$$A \boxplus B = 2A \times B + 2A + 2B + 3$$

¿Cuál es el valor de $\frac{1}{2} \boxplus \frac{1}{2}$?

A) $\frac{11}{2}$

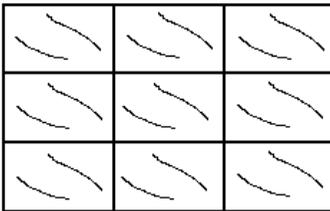
C) $\frac{21}{4}$

E) 9

B) 11

D) $\frac{15}{2}$

Problema 278 (Validación Kanguro 2010 - Junior - Problema 7)



Micaela mira hacia la ventana que tiene en su habitación (ver figura), y se da cuenta que puede distinguir en la ventana varios rectángulos diferentes.

¿Cuál es la mayor cantidad de rectángulos diferentes que puede contar Micaela?

A) 19

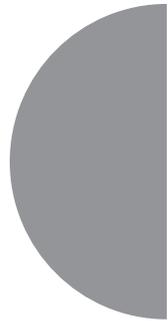
C) 28

E) 36

B) 21

D) 34

NIVEL 3
1^{er}, 2.^º y 3^{er} Año



La geometría y la medida

Problemas para el Aula

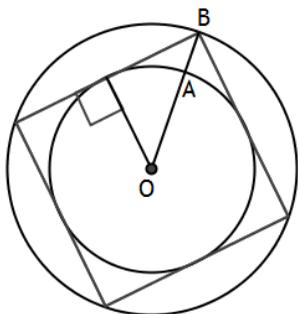
Problema 301 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 5)

En un triángulo ABC, se trazan las bisectrices de los ángulos BAC y BCA, que se cortan en el punto D. Se cumple que $\widehat{ADC} = 141^\circ$.

¿Cuál es la medida del ángulo ABC?

- A) 120° C) 102° E) $70^\circ 30'$
B) $105^\circ 30'$ D) 78° F) n. d. l. a.

Problema 302 (1.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 8)



El cuadrado del gráfico, de centro O, tiene 4 cm de lado.

¿Cuánto mide el segmento AB?

- A) 4 cm D) $2(\sqrt{2} - 1)$ cm
B) $4\sqrt{2}$ cm E) $2(1 - \sqrt{2})$ cm
C) $(2\sqrt{2} - 1)$ cm F) n. d. l. a.

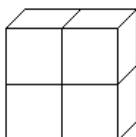
Problema 303 (2.ª Ronda Colegial 2010 - Problema 10)

En un triángulo ABC, el ángulo ABC mide el doble que el ángulo BAC y el ángulo ACB mide 60° menos que el ángulo ABC.

¿Cuál es la medida del ángulo ACB?

- A) 30° C) 40° E) 36°
B) 32° D) 48° F) n. d. l. a.

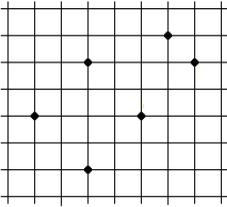
Problema 304 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 2)



El sólido representado en la figura está formado por cuatro cubos idénticos. Cada uno de estos cubos tiene un área total de 24 cm^2 . ¿Cuál es el área total del sólido, en cm^2 ?

- A) 24 C) 40 E) 80
B) 32 D) 64

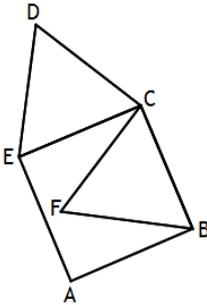
Problema 305 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 6)



En los vértices de la trama de la figura se marcan 6 puntos. ¿Qué tipo de figura geométrica NO puede tener todos sus vértices en esos puntos?

- A) cuadrado
- B) rombo
- C) trapecio
- D) triángulo isósceles
- E) todos los tipos de figuras anteriores pueden

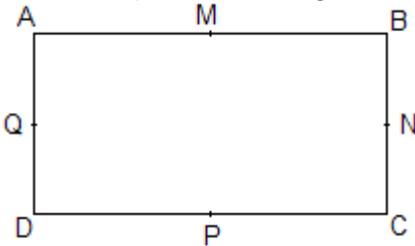
Problema 306 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 12)



En la figura, ABCE es un cuadrado, BCF y CDE son triángulos equiláteros y $AB = 1$. ¿Cuál es la medida del segmento FD?

- A) $\sqrt{2}$
- B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) $\sqrt{5} - 1$
- E) $\sqrt{6} - 1$

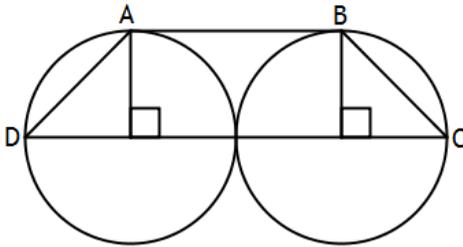
Problema 307 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 3)



En el rectángulo ABCD; M , N , P y Q son medios de los lados respectivos. $AB = 8$ cm y $BC = 6$ cm
¿Calcular el perímetro del cuadrilátero MNPQ.

- A) 12 cm
- B) 14 cm
- C) 16 cm
- D) 18 cm
- E) 20 cm

Problema 308 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 10)



Las dos circunferencias de la figura son iguales y tienen cada una un diámetro de 20. El segmento DC contiene a ambos diámetros.

Las circunferencias son tangentes entre sí y el segmento AB es tangente a ambas circunferencias.

Calcular el perímetro de la figura ABCD.

- A) $20(3 + \sqrt{2})$ C) $10(3 + \sqrt{2})$ E) $15(3 + \sqrt{2})$
 B) $4(15 + \sqrt{10})$ D) $15(4 + \sqrt{10})$

Problemas Desafiantes

Problema 309 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

En un cuadrilátero ABCD se traza la diagonal BD, y al hacerlo, queda dividido en dos triángulos equiláteros.

¿Cuál es la medida del ángulo ABC?

- A) 30° C) 60° E) 120°
B) 45° D) 90° F) n. d. l. a.

Problema 310 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 4)

En una comunidad del Chaco guardan agua en 36 tanques cilíndricos de 2 m de radio y de la misma altura.

Si quieren guardar la misma cantidad de agua en un solo tanque, también cilíndrico y de la misma altura que los 36 tanques, ¿cuál será la medida del radio de este tanque único?

- A) 36 m C) 24 m E) 14 m
B) 26 m D) 18 m F) n. d. l. a.

Problema 311 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 6)

María dibujó el paralelogramo ABCD en el cual la medida del ángulo ADC es 30° .

Luego trazó la bisectriz del ángulo DAB que corta al lado CD en el punto E (E entre D y C).

¿Cuál es la medida del ángulo AEC?

- A) 115° C) 100° E) 80°
B) 105° D) 95° F) n. d. l. a.

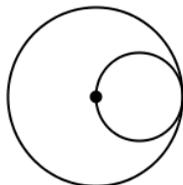
Problema 312 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 8)

Un cuadrilátero ABCD tiene dos ángulos iguales. Uno de los otros dos ángulos es la tercera parte de uno de ellos y el cuarto es los $\frac{2}{3}$ de uno de los dos primeros.

¿Cuál es la suma de los dos ángulos menores del cuadrilátero?

- A) 140° C) 100° E) 40°
B) 120° D) 80° F) n. d. l. a.

Problema 313 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 2)



Las circunferencias de la figura son tangentes y la menor pasa por el centro de la mayor.

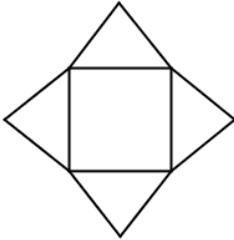
El área del círculo menor es 4.

¿Cuál es el área del círculo mayor?

Problema 314 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 3)

¿Cuántos vértices tiene un prisma recto de 2 010 caras?

Problema 315 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 5)

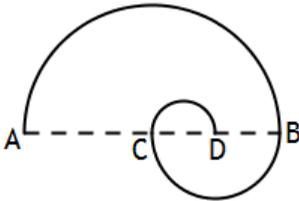


La figura está formada por un cuadrado y cuatro triángulos isósceles iguales, en los cuales el lado desigual coincide con los lados del cuadrado.

El perímetro de la figura es 80 cm y la razón entre uno de los lados iguales de cualquiera de los triángulos isósceles y el lado del cuadrado es $\frac{5}{8}$.

¿Cuál es el área de la figura?

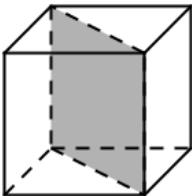
Problema 316 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 7)



La espiral de la figura está formada por tres semicircunferencias, las mayores con centro en C y D y la menor con centro en el punto medio entre C y D.

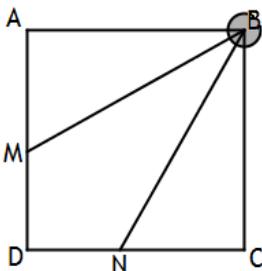
Si $CD = 10$ cm, ¿cuál es la longitud de la espiral?

Problema 317 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 9)



El cubo de la figura tiene $2\,400\text{ cm}^2$ de área. ¿Cuánto mide la superficie sombreada?

Problema 318 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 1)



Juan quiere repartir entre sus tres hijos el campo cuadrado de la manera que se indica en la figura, de tal forma que cada uno reciba una misma cantidad de terreno y puedan compartir el pozo de agua que se encuentra en el vértice B.

El campo tiene 60 m de lado, ¿a qué distancia deben estar los puntos M y N del vértice D?

Problema 319 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 3)

En un triángulo ABC, se traza la mediana BM. Se cumple que $BC = \frac{2}{3} MC$ y $\widehat{BMC} = 2 \widehat{ABM}$. ¿Cuál es el valor de $\frac{AB}{AM}$?

El número y las operaciones - Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 321 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 1)

La suma de 6 números enteros consecutivos es 63. ¿Cuál es el producto del número menor por el número mayor?

- A) 96 C) 106 E) 112
B) 104 D) 108 F) n. d. l. a.

Problema 322 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 2)

En la clase de ciencias, Pabla pesa 5 esferas de metal y luego halla el peso promedio, obteniendo 10,6 gramos.

Elisa agrega una esfera más y calcula el nuevo promedio, obteniendo 11 gramos.

¿Cuánto pesa la esfera agregada por Elisa?

- A) 2 gramos C) 11 gramos E) 13 gramos
B) 10 gramos D) 12 gramos F) n. d. l. a.

Problema 323 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 4)

Marta tiene dos cajas numeradas. En la caja 1 tiene adornos rojos y en la caja 2 tiene adornos verdes. En total tiene 64 adornos. Si pasa 8 adornos verdes a la caja 1, en ambas cajas habrá la misma cantidad de adornos.

¿Cuántos adornos verdes tiene Marta?

- A) 16 C) 28 E) 46
B) 24 D) 36 F) n. d. l. a.

Problema 324 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)

Dylan usa los dígitos 1, 2, 4, 6, sin repetirlos, para escribir todos los números pares de tres cifras, mayores que 450.

¿Cuántos números escribe Dylan?

- A) 24 C) 8 E) 4
B) 12 D) 5 F) n. d. l. a.

Problema 325 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 1)

¿Cuál de los números siguientes es el cociente de la división de 20 102 010 entre 2 010?

- A) 11 C) 1 001 E) un número no entero
B) 101 D) 10 001

Problema 326 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 10)

Leo escribe seguidos todos los números impares de 1 dígito, como se indica a continuación:

1 3 5 7 9 1 3 5 7 9 1 3 ...

Si continuase, ¿qué cifra aparecería en el lugar 2 010, contando desde la izquierda?

A) 9

C) 5

E) 1

B) 7

D) 3

Problema 327 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 11)

Mi profesor dice: “Este año (2010) el producto de mi edad por la de mi padre es 2 010”. ¿En qué año nació mi profesor?

A) 1 943

C) 1 980

E) 2 005

B) 1 953

D) 1 995

Problema 333 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 5)

Mabel suma dos números enteros positivos y obtiene 20. Por su lado, Raquel resta esos números y obtiene un resultado que equivale a la mitad del número menor.

¿Cuál es el menor de los números?

- | | | |
|------|-------|----------------|
| A) 6 | C) 10 | E) 14 |
| B) 8 | D) 12 | F) n. d. l. a. |

Problema 334 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 11)

En la ecuación: $603 \cdot 67 = (3x)^2$, x es un número positivo.

¿Cuál es el valor de x?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 71 | C) 68 | E) 66 |
| B) 69 | D) 67 | F) n. d. l. a. |

Problema 335 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 12)

Vero escribe varios números entre 80 y 300, tales que al descomponerlos en sus factores primos, aparezcan solamente los dígitos 5 y/o 7.

¿Cuántos números escribe Vero?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 1 | C) 3 | E) 5 |
| B) 2 | D) 4 | F) n. d. l. a. |

Problema 336 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 13)

Elisa quiere comprar algunas polleras y blusas. Cinco polleras cuestan igual que 7 blusas.

Si compra 4 polleras y 2 blusas gasta 128 000 G más que si compra 1 pollera y 3 blusas.

¿Cuánto cuesta cada blusa?

- | | | |
|-------------|-------------|----------------|
| A) 76 000 G | C) 56 000 G | E) 40 000 G |
| B) 60 000 G | D) 50 000 G | F) n. d. l. a. |

Problema 337 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 15)

El peso promedio de un grupo de 4 personas es 80 kg. Si se agrega una persona más al grupo, el peso promedio es 80,2 kg.

¿Cuánto pesa la persona que se agregó al grupo?

- | | | |
|----------|----------|----------------|
| A) 80 kg | C) 82 kg | E) 84 kg |
| B) 81 kg | D) 83 kg | F) n. d. l. a. |

Problema 338 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 1)

Julia escribió la lista de números:

1 , 2 , 6 , 24 , 120 , 720 , ...

¿Cuáles son los dos números siguientes en la serie que escribió Julia?

Problema 339 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 4)

Tenemos escritos números de 2 dígitos (cifras). Si esos números sumamos con el número que resulta de invertir el orden de los dígitos de cada uno, el resultado es 66.

¿Cuáles son esos números?

Problema 340 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 6)

Santiago escribe la siguiente igualdad:

$$A^2 + B^2 + C^2 = 365$$

En ella, A , B y C son números naturales consecutivos.

¿Cuál es el valor de (A + B + C)?

Problema 341 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 10)

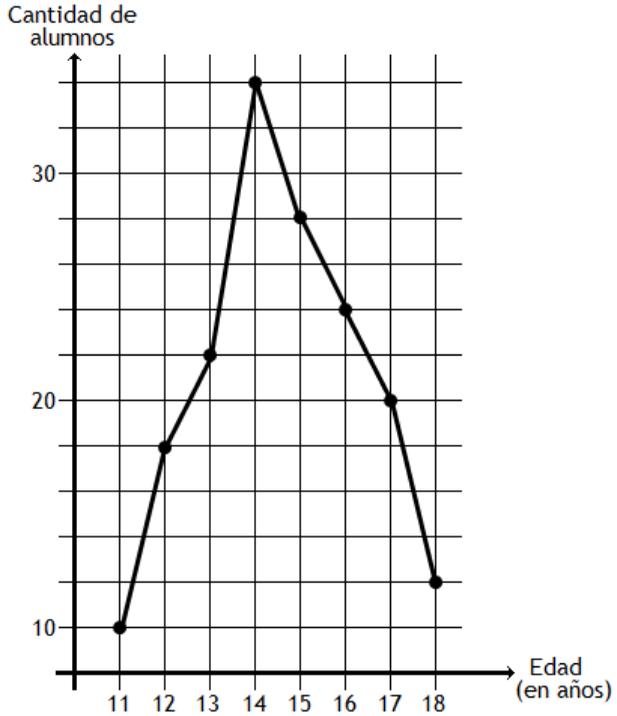
La suma de 11 números enteros pares consecutivos es 308. ¿Cuál es el menor de los números?

Problema 342 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 4)

Hallar todos los números naturales de cuatro cifras \overline{abcd} que sean múltiplos de 11, tal que el número de dos cifras \overline{ac} sea múltiplo de 7 y $a + b + c + d = d^2$.

Problema 345

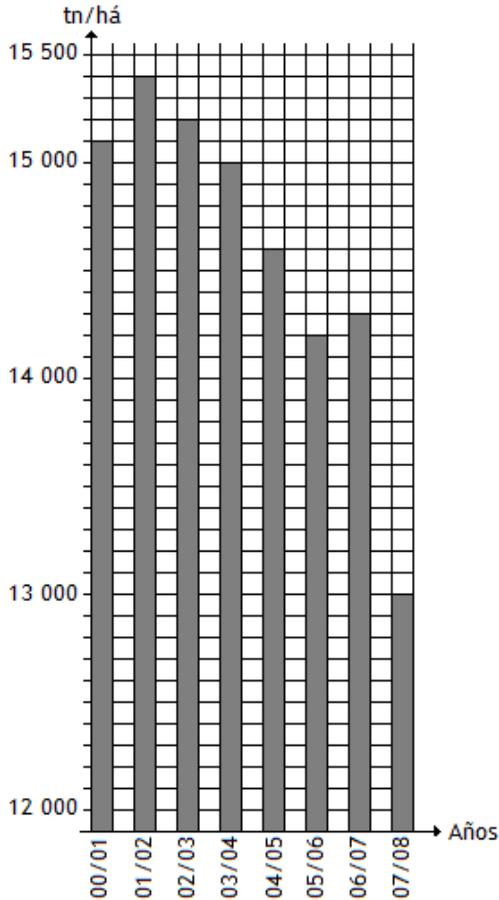
La gráfica representa los resultados de una encuesta en el colegio de Manuel, aplicada a los estudiantes desde el 6.º grado hasta el 3.º año.



Determinar la media, la mediana y la moda de edades.

Problema 346

El gráfico representa el rendimiento del cultivo de mandioca entre los años 2000 y 2008. (Datos del MAG Py).



Pregunta 1: ¿Cuál es el rendimiento promedio entre el año 2000 y 2008?

Pregunta 2: ¿Cuál es la variación del rendimiento del cultivo de mandioca desde el año 2000 al año 2008?

Problema 347

La profe de 2.º curso pide a sus alumnos que escriban en sus cuadernos un número entero entre 8 y 16.

Luego deben dictar cada uno sus números, la profe los escribe en la pizarra y obtiene la siguiente lista:

12 , 9 , 14 , 12 , 13 , 15 , 12 , 10 , 11
12 , 15 , 12 , 10 , 12 , 11 , 13 , 11 , 14
9 , 11 , 10 , 13 , 12 , 13 , 14

Ahora los estudiantes deben calcular la media, la mediana y la moda de los valores que están en la lista.

Después la profesora desafía a Joseca que agregue 49 números iguales, elegidos de entre los de la lista, de modo que no varíe la media, la mediana ni la moda. ¿Qué número elige Joseca?

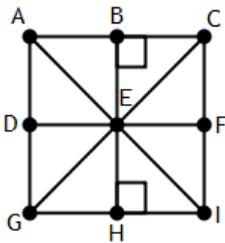
Problema 348

Carlos le dibuja a su hermano Juanfer un triángulo escaleno y le pide que pinte los lados con los dos lápices que le da, uno rojo y otro verde y le dice que puede usar uno de los colores o los dos.

¿Cuál es la probabilidad de que pinte exactamente dos lados de rojo?

¿Cuál es la probabilidad de que pinte al menos un lado de rojo?

Problema 349



Agustín ubica 9 puntos sobre un cuadrado como se muestra en la figura.

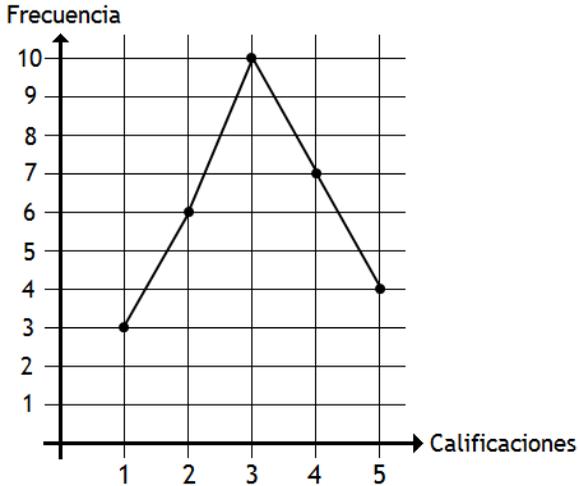
Luego le cuenta a Fabiana que tiene puntos dibujados en su cuaderno y le da la letra que los identifica.

Fabiana tiene que elegir al azar tres puntos.

¿Cuál es la probabilidad de que los tres puntos elegidos por Fabiana sean colineales?

Problema 350

En la gráfica se muestra el resultado de una prueba de Ciencias en el grado de Cristian.



Calcular la media, la mediana y la moda.

Problema 351

La profe de matemática tomó una prueba a los 24 estudiantes del 2.º curso y escribió en la pizarra las calificaciones que obtuvieron:

2 , 4 , 2 , 3 , 2 , 3 , 2 , 4
3 , 2 , 4 , 2 , 3 , 4 , 3 , 3

Como se ve no ha anotado las notas 1 y 5. Pero la profe informa al curso que hubo la misma cantidad de 1 que de 5 y que la media del curso es 2,91666...

¿Cuántas notas 1 y 5 hubo?

Problema 352

Patty construye dos dados iguales y escribe en las caras de uno de ellos los números del 3 al 8 y en las caras del otro del 9 al 14.

Emi debe tirar los dos dados simultáneamente, una sola vez.

¿Cuál es la probabilidad de que Emi obtenga un número primo sumando los números de las caras que quedan arriba?

Miscelánea

Problema 353 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 3)

Juan tiene dos dados con sus caras numeradas de 1 a 6. ¿De cuántas maneras puede obtener Juan un número primo, lanzando todas las veces los dados juntos, y sumando los puntos obtenidos cada vez?

- | | | |
|------|------|----------------|
| A) 5 | C) 7 | E) 9 |
| B) 6 | D) 8 | F) n. d. l. a. |

Problema 354 (1.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 6)

En el examen de Carlitos aparece el siguiente problema:

Usando solamente los dígitos 0 , 2 , 3 , 5 , 8 , ¿cuántos números de 4 cifras se pueden escribir, sin repetir las cifras?

Carlitos resolvió correctamente el problema. ¿Cuál es la respuesta de Carlitos?

- | | | |
|--------|-------|----------------|
| A) 240 | C) 80 | E) 24 |
| B) 96 | D) 48 | F) n. d. l. a. |

Problema 355 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 1)

Aníbal tiene 12 pares de medias colocadas en dos cajones. En uno de los cajones hay 4 medias más que en el otro.

¿Cuántas medias hay en el cajón que tiene más medias?

- | | | |
|-------|-------|----------------|
| A) 12 | C) 16 | E) 20 |
| B) 14 | D) 18 | F) n. d. l. a. |

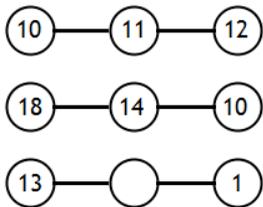
Problema 356 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 7)

Aline, Belén, Carlos, Daniel y Enrique compiten en una carrera. Ellos terminan la carrera en 3 minutos, 4 minutos, 5 minutos, 6 minutos y 7 minutos, pero no necesariamente en ese orden. Daniel finalizó entre los mejores. Enrique no fue el mejor ni fue el peor. Aline utilizó 6 minutos y el tiempo de Belén fue un número par de minutos.

¿Cuál fue el tiempo de Carlos?

- | | | |
|--------------|--------------|----------------|
| A) 7 minutos | C) 3 minutos | E) 6 minutos |
| B) 5 minutos | D) 4 minutos | F) n. d. l. a. |

Problema 357 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 9)



¿Qué número falta escribir en el círculo vacío?

- A) 7 C) 5 E) 4
B) 2 D) 3 F) n. d. l. a.

Problema 358 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 14)

En el colegio de Manu, el 3.^{er} año tiene más de 40 alumnos, pero no llegan a 70. Si se les distribuye en grupos de 7 alumnos sobran 6. También sobran 6 si los grupos son de 8 alumnos.

¿Cuántos alumnos hay en el 3.^{er} año?

- A) 60 C) 62 E) 64
B) 61 D) 63 F) n. d. l. a.

Problema 359 (2.^a Ronda Colegial 2010 - Problema 16)

Juanfer tiene 96 juguetes que guarda en tres cajas. En la caja N tiene el doble de juguetes que en la caja M. Si pasa 7 juguetes de la caja M a la caja P y 10 juguetes de la caja N a la caja P, tiene la misma cantidad de juguetes en la caja M que en la caja P.

¿Cuántos juguetes tenía Juanfer en la caja N, antes de cambiarlos de caja?

- A) 60 C) 30 E) 6
B) 50 D) 17 F) n. d. l. a.

Problema 360 (3.^a Ronda Zonal 2010 - Problema 8)

Ana construyó un paralelepípedo rectangular utilizando 42 cubos de 1 cm de arista.

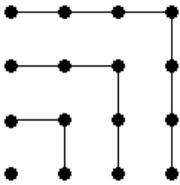
Si la base del paralelepípedo tiene 8 cm de perímetro, ¿cuál es la altura del paralelepípedo?

Problema 361 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 3)

Rosa, en todos sus cumpleaños, recibe de su padre tantas flores como años cumple. Su madre las seca y las guarda. Si ya tiene 120 flores guardadas, ¿cuántos años cumplió Rosa en su último cumpleaños?

- A) 10 C) 14 E) 20
B) 12 D) 15

Problema 362 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 4)



Observando la figura, podemos verificar que:

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4.$$

¿Cuál es el valor de:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 17?$$

- A) 14×14 C) $4 \times 4 \times 4$ E) 4×9
 B) 9×9 D) 16×16

Problema 363 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 7)

Visitando Verona (Italia), Blanca planea atravesar cada uno de los cinco famosos puentes sobre el río Adigio, por lo menos una vez cada uno. Comienza su paseo en la estación del tren que está en una de las orillas y vuelve allí después de atravesar los cinco puentes y ninguno más. Durante su paseo, cruzó el río n veces. ¿Cuál es un posible valor de n ?

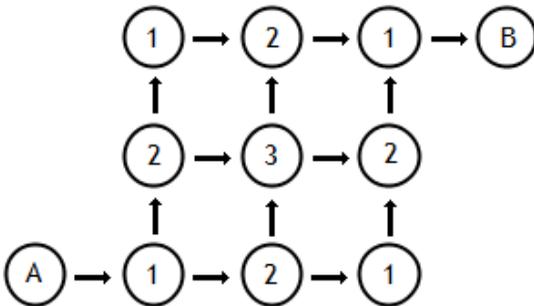
- A) 3 C) 5 E) 7
 B) 4 D) 6

Problema 364 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 14)

Tres jueves de un mismo mes caen en días pares. ¿Qué día de la semana era el 21° día de ese mes?

- A) miércoles C) viernes E) domingo
 B) martes D) sábado

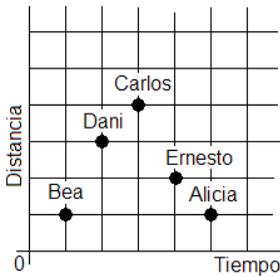
Problema 365 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 15)



En la figura, debemos pasar del círculo A al círculo B siguiendo las flechas. Al pasar de un círculo a otro, sumamos los números de los círculos por los que pasamos. ¿Cuántas sumas diferentes podemos obtener?

- A) 1 D) 4
 B) 2 E) 6
 C) 3

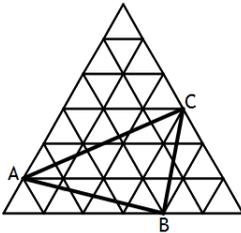
Problema 369 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 22)



El gráfico muestra las distancias recorridas y los tiempos correspondientes de 5 estudiantes. ¿Cuál de los estudiantes fue el más veloz?

- A) Alicia C) Carlos E) Ernesto
 B) Bea D) Dani

Problema 370 (Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 23)



En la figura, el triángulo grande es equilátero y consta de 36 triángulos equiláteros más pequeños y de área 1 cm^2 cada uno. ¿Cuál es el área del triángulo ABC?

- A) 9 cm^2 C) 11 cm^2 E) 15 cm^2
 B) 10 cm^2 D) 12 cm^2

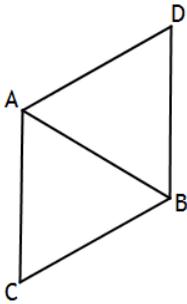
Problema 371 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 6)

En una prueba de validación de la Olimpiada Kanguro rinden 5 niveles: Escolar, Benjamín, Cadete, Junior y Estudiante.

Cada prueba tiene 15 problemas. Si los 8 últimos problemas del nivel Escolar pasan a ser los 8 primeros problemas del nivel Benjamín, los 8 últimos problemas del nivel Benjamín pasan a ser los 8 primeros problemas del nivel Cadete, y así sucesivamente, ¿cuántas veces como máximo puede aparecer un mismo problema en las pruebas de todos los niveles?

- A) 1 C) 3 E) 5
 B) 2 D) 4

Problema 372 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 9)



En la figura se ven dos triángulos equiláteros ABC y ABD.

El triángulo ABC se hace girar sobre el punto A en el sentido de las manecillas del reloj, hasta que cubra totalmente al triángulo ABD. ¿Cuánto mide el ángulo de giro?

- A) 60° C) 180° E) 300°
 B) 120° D) 240°

Problema 373 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 11)

En un litro de agua de mar hay 0,000 01 mg de oro. ¿Cuántos kg de oro hay en 1 km^3 de agua de mar?

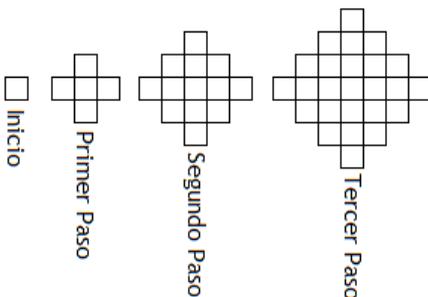
- A) 1 kg C) 10 kg E) 1 000 kg
 B) 0,1 kg D) 0 kg

Problema 374 (Validación Kanguro 2010 - Estudiante - Problema 13)

Olga tiene caramelos en 4 bolsitas. En una de las bolsas hay 10 caramelos y en cada una de las otras tres hay k caramelos. Olga come 2 caramelos de cada una de las cuatro bolsas. ¿Cuántos caramelos tiene Olga ahora?

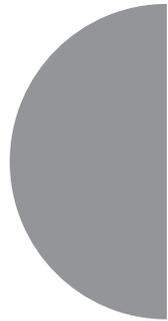
- A) $3k + (10 - 2)$ C) $3k + 8$ E) $3k - 2$
 B) $(3k - 2) + 8$ D) $3k + 2$

Problema 375 (4.^a Ronda Final 2010 - Problema 2)



En el gráfico vemos una serie de figuras que se han formado según cierta regla, que se debe descubrir. Después de 20 pasos, ¿cuántos cuadraditos iguales a los del inicio tendrá la figura?

**Problemas
PISA**



PROBLEMAS PISA

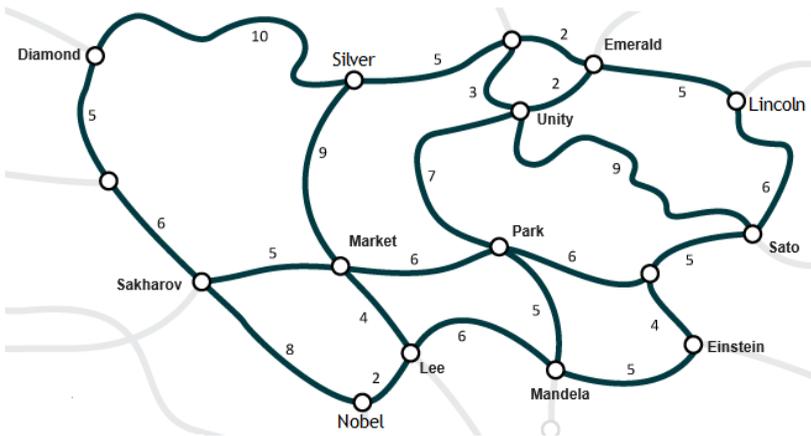
En este lugar se encuentran los problemas inspirados en Problemas Pisa que salieron en las 1.^a, 2.^a y 3.^a Rondas del año 2015 y también los problemas originales de Pisa de los cuales derivaron los problemas de las Pruebas.

Problema 1 (Tráfico - Liberado de Pisa CP007Q01/02)

(PISA es un programa de evaluación internacional sobre las características generales de los sistemas educativos de los países, mediante pruebas estandarizadas a estudiantes de cada país.)

El siguiente mapa muestra el sistema de caminos que une los barrios de una ciudad. En el mapa se muestra el tiempo de viaje en minutos, a las 7:00 AM, para cada tramo de los caminos.

Se puede agregar un camino al recorrido haciendo un clic sobre él. Con cada clic se destaca el camino y se añade el tiempo de su recorrido al cálculo del tiempo total.



Pregunta 1

Julio vive en Silver, María vive en Lincoln y Don vive en Nobel. Ellos quieren encontrarse en uno de los barrios que figuran en el mapa, pero ninguno de ellos quiere viajar más de 15 minutos.

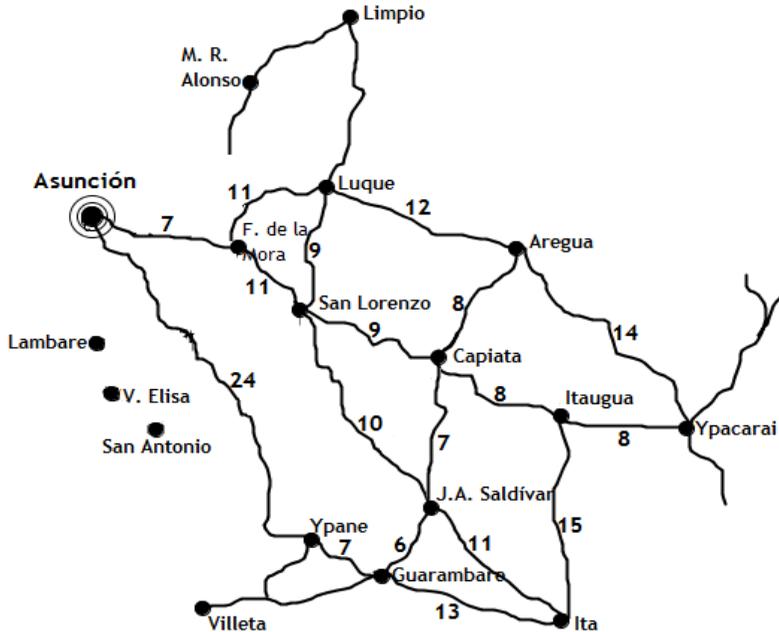
¿En qué barrios podrían encontrarse?

Pregunta 2

María quiere viajar de Diamond a Einstein. El camino más corto toma 31 minutos. Señala ese recorrido.

Problema 2 (1.^a Ronda 2015 - Nivel 1 - Problema 6)
Inspirado en un problema de PISA

Este es un mapa de la red de carreteras que une Asunción con las ciudades que están en su cercanía. El mapa indica (en km) la distancia de ciertos tramos de esas carreteras.



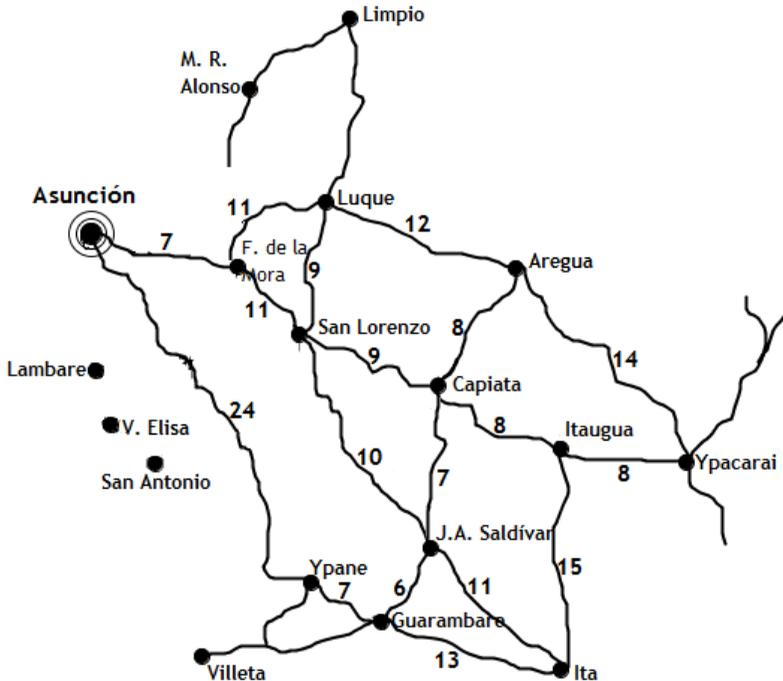
Pablo está en Ypane y quiere ir a Luque. Quiere completar su recorrido viajando la menor distancia posible.

¿Cuál es la distancia que debe recorrer Pablo?

- A) 30 km B) 32 km C) 38 km D) 40 km

Problema 3 (1.ª Ronda 2015 - Nivel 2 - Problema 6)
Inspirado en un problema de PISA

Este es un mapa de la red de carreteras que une Asunción con las ciudades que están en su cercanía. El mapa indica (en km) la distancia de ciertos tramos de esas carreteras.

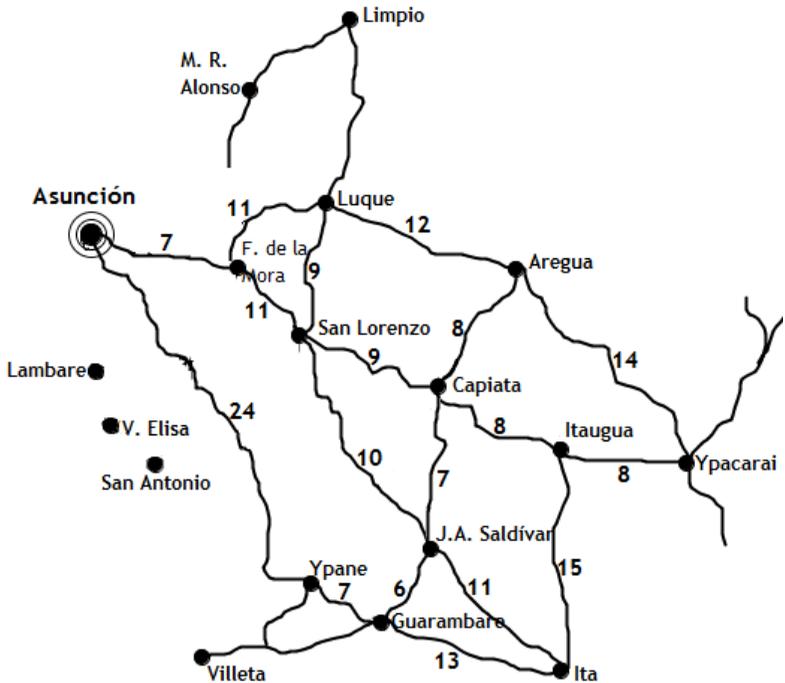


Clau viaja de Asunción a Aregua, recorriendo el camino más corto.
 ¿Qué distancia recorre Clau?

- A) 35 km B) 28 km C) 39 km D) 30 km

Problema 4 (1.ª Ronda 2015 - Nivel 3 - Problema 6)
Inspirado en un problema de PISA

Este es un mapa de la red de carreteras que une Asunción con las ciudades que están en su cercanía. El mapa indica (en km) la distancia de ciertos tramos de esas carreteras.



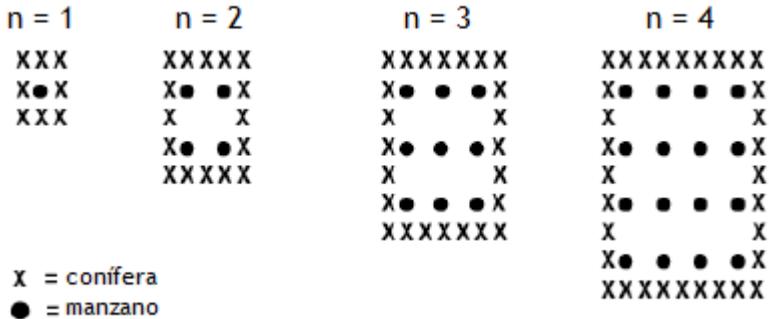
Blas vive en Ypacarai, Claudia vive en Luque y Dany vive en Ypane. Ellos quieren encontrarse en una ciudad viajando como máximo 20 km. ¿En qué ciudad pueden encontrarse?

- A) Capiatá
- B) J. A. Saldívar
- C) San Lorenzo
- D) Itaugua

Problema 5 (Manzanos - Liberado de Pisa 016 - Arit. y Alg.)

Un agricultor planta manzanos en un terreno cuadrado. Con objeto de proteger los manzanos del viento planta coníferas alrededor de la totalidad del huerto.

Aquí ves un esquema de esta situación donde se puede apreciar la colocación de manzanos y de las coníferas para cualquier número (n) de filas de manzanos.



Pregunta 1

1 0 9

Completa la tabla:

n =	Número de manzanos	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Pregunta 2

11 12 13 14 15 00 99

En el planteamiento descrito anteriormente, se pueden utilizar dos fórmulas para calcular el número de manzanos y el de coníferas:

Número de manzanos = n^2

Números de coníferas = $8n$

donde n es el número de filas de manzanos.

Existe un valor de n para el cual el número de manzanos coincide con el de coníferas. Halla este valor de n y muestra el método que has usado para calcularlo.

Pregunta 3

21 11 01 00 99

Supongamos que el agricultor quiere plantar un huerto mucho mayor, con muchas filas de árboles. A medida que vaya aumentando el tamaño del huerto, ¿qué se incrementará más rápidamente: el número de manzanos o el de coníferas?

Explica cómo has hallado la respuesta.

Problema 7 (2.^a Ronda 2015 - Nivel 2 - Problema 12)
Inspirado en un problema de PISA

Un agricultor planta naranjos y para proteger sus árboles contra el viento, planta eucaliptus en el lado del viento dominante en la zona, siguiendo los patrones que se muestran en las figuras. ¿Cuántos eucaliptus deberá plantar para proteger 25 naranjos?

Figura 1



Figura 2

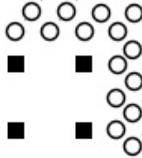
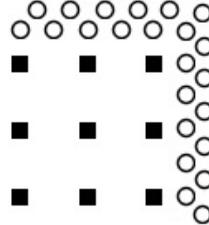


Figura 3



■ naranjos

○ eucaliptus

A) 25

B) 31

C) 39

D) 40

Problema 8 (2.^a Ronda 2015 - Nivel 3 - Problema 12)
Inspirado en un problema de PISA

Un agricultor planta naranjos y para proteger sus árboles contra el viento, planta eucaliptus en el lado del viento dominante en la zona, siguiendo los patrones que se muestran en las figuras. ¿Cuántos eucaliptus deberá plantar para proteger 49 naranjos?

Figura 1



Figura 2

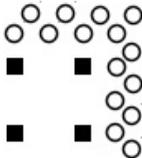
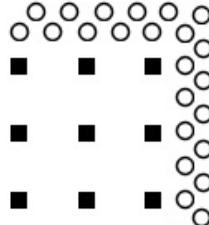


Figura 3



■ naranjos

○ eucaliptus

A) 56

B) 55

C) 49

D) 50

Problema 9 (Vuelo espacial - Liberado de Pisa 211 - Geometría)

La estación espacial Mir permaneció en órbita 15 años y durante ese tiempo dio aproximadamente 86 500 vueltas alrededor de la Tierra.

La permanencia más larga de un astronauta en la Mir fue de 680 días.

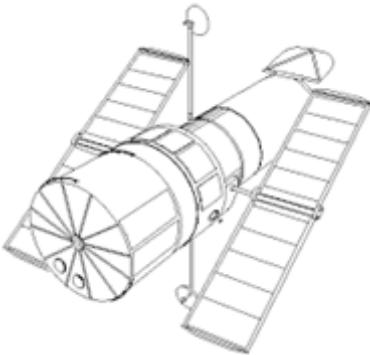
Pregunta 1

0 1 2 9

La Mir daba vueltas alrededor de la Tierra a una altura aproximada de 400 kilómetros. El diámetro de la Tierra mide aproximadamente 12 700 km y su circunferencia es de alrededor de 40 000 km ($\pi \times 12\,700$).

Calcula aproximadamente la distancia total recorrida por la Mir durante sus 86 500 vueltas mientras estuvo en órbita. Redondea el resultado a las decenas de millón.

Problema 10 (3.ª Ronda 2015 - Nivel 1 - Problema 9) Inspirado en un problema de PISA



Hubble en un día?

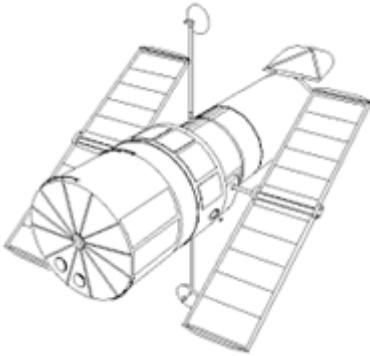
- A) Más de 15 vueltas
- B) Entre 14 y 15 vueltas
- C) Entre 13 y 14 vueltas
- D) Menos de 13 vueltas

El telescopio espacial Hubble orbita la Tierra describiendo a su alrededor una circunferencia. Se encuentra a 593 km sobre la superficie del mar y tarda 97 minutos en completar una vuelta alrededor de la Tierra. Su nombre nos recuerda al astrónomo Edwin Hubble y fue puesto en órbita el 24 de abril de 1990.

¿Cuántas vueltas da el telescopio

Problema 11 (3.ª Ronda 2015 - Nivel 2 - Problema 9)

Inspirado en un problema de PISA



El telescopio espacial Hubble orbita la Tierra describiendo a su alrededor una circunferencia.

El radio de la órbita es aproximadamente 6 943 km y tarda 97 minutos en completar una vuelta alrededor de la Tierra. El diámetro de la Tierra mide aproximadamente 12 700 km.

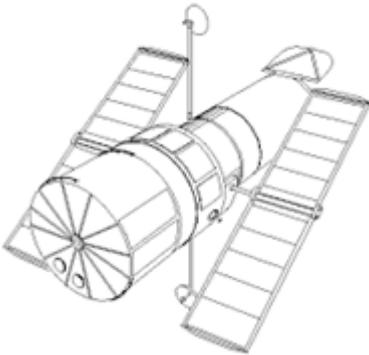
Su nombre nos recuerda al astrónomo Edwin Hubble y fue puesto en órbita el 24 de abril de 1990.

Calcula la distancia total aproximada recorrida por el Hubble durante un año.

- A) Entre 235 y 238 millones de kilómetros
- B) Menos de 235 millones de kilómetros
- C) Entre 240 y 242 millones de kilómetros
- D) Más de 245 millones de kilómetros

Problema 12 (3.ª Ronda 2015 - Nivel 3 - Problema 9)

Inspirado en un problema de PISA



El telescopio espacial Hubble orbita la Tierra describiendo a su alrededor una circunferencia.

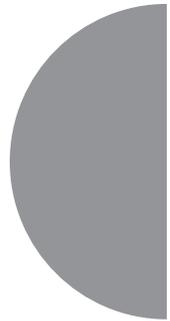
El radio de la órbita es aproximadamente 6 943 km y tarda 97 minutos en completar una vuelta alrededor de la Tierra. El diámetro de la Tierra mide aproximadamente 12 700 km.

Su nombre nos recuerda al astrónomo Edwin Hubble y fue puesto en órbita el 24 de abril de 1990.

Calcula la distancia total aproximada recorrida por el Hubble durante un año.

- A) Más de 245 millones de kilómetros
- B) Entre 240 y 242 millones de kilómetros
- C) Menos de 235 millones de kilómetros
- D) Entre 235 y 238 millones de kilómetros

RESPUESTAS



RESPUESTAS NIVEL 1

P (Problemas) – R (Respuestas)

P	R
101	D
102	A
103	C
104	45
105	D
106	C
107	C
108	D
109	D
110	D
111	95°
112	105° , 35°
113	12
114	
115	4 , 16 , 36 , 64, 100
116	A
117	E
118	C
119	C
120	A
121	D
122	D
123	C
124	C

125	35
126	10 veces
127	10 números
128	E
129	A
130	A
131	D
132	A
133	D
134	D
135	A
136	A
137	F
138	A
139	E
140	A
141	4
142	7
143	2 y 8
144	C
145	E
146	B
147	C
148	D
149	Pizza
159	E

160	C
161	C
162	D
163	C
164	9 maneras
165	Calle 11 , N° 6
166	74
167	C
168	A
169	D
170	A
171	D
172	C
173	B
174	B
175	A
176	E
177	B
178	E
179	E
180	A
181	C
182	B

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA NIVEL 1

Problema 149

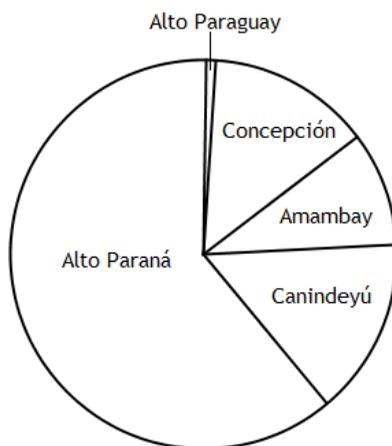
Alimentos	Conteo o tarja	Frecuencia
Pizza	//// //	14
Mixto	///	4
Empanada	/// //	9
Dulces	/// //	7
Leche	/// // /	11

El alimento preferido por los niños es: **Pizza**

Problema 150

Actividad	Conteo o tarja	Frecuencia
Juegos	/// //	7
T V	/// //	8
Cine	/// //	7
Deportes	/// ///	10
TOTAL		32

Problema 151



Problema 152

Dijeron SI 105 personas

Dijeron NO 30 personas

Problema 153

Paraguari	→	3,53 %
Central	→	33,87 %
Cordillera	→	4,22 %
Caaguazú	→	7,14 %
Guairá	→	2,93 %
Caazapá	→	2,23 %
Misiones	→	1,76 %
Ñeembucú	→	1,24 %

Problema 154

Respuesta: C

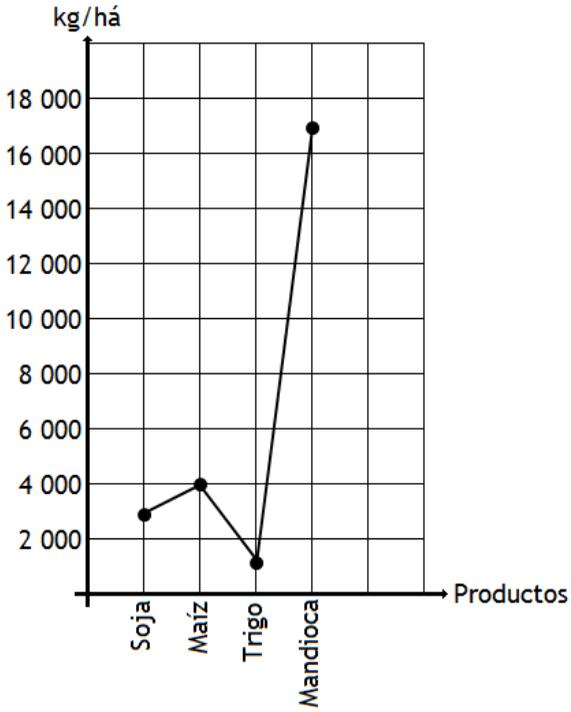
Problema 155

11,76 %

Problema 156

3 habitaciones más

Problema 157



Problema 158

Gráfico 2

RESPUESTAS NIVEL 2

P (Problemas) – R (Respuestas)

P	R
201	F
202	B
203	B
204	B
205	C
206	C
207	E
208	B
209	115°
210	105°, 35°
211	40 cm
212	D
213	C
214	E
215	B
216	D
217	C
218	C
219	C
220	162°
221	$\frac{4}{3}$
222	B
223	B

224	F
225	A
226	5 040 , 40 320
227	B
228	E
229	E
230	E
231	C
232	D
233	C
234	B
235	C
236	A
237	B
238	132
239	C
240	1,6 kg
241	280
242	C
243	D
244	E
245	C
246	C
247	45

248	45
249	667+655+688 667+688+655 667+644+699 667+699+644
259	A
260	F
261	B
262	C
263	C
264	D
265	6 triángulos
266	C
267	D
268	D
269	B
270	E
271	C
272	A
273	B
274	C
275	C
276	B
277	A
278	E

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA NIVEL 2

Problema 250

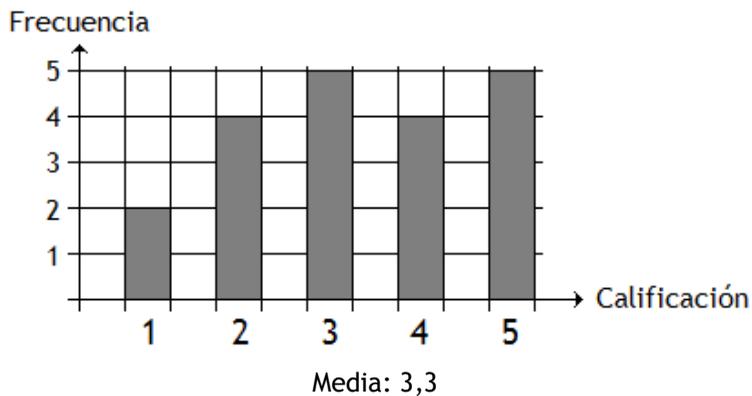
Mediana: 10 , Media: 9,8

Problema 251

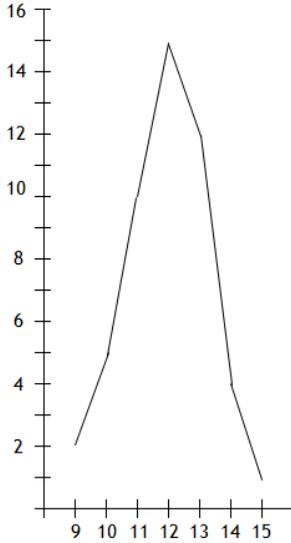
Gráfico 2

Problema 252

Calificación	Conteo o tarja	Frecuencia
1	//	2
2	////	4
3	////	5
4	////	4
5	////	5
TOTAL		20



Problema 253



Mediana: 12 , Media: 11,9 , Moda: 12

Problema 254

$$\frac{1}{4}$$

Problema 255

17,6

Problema 256

Media: 11,8 ; Mediana: 12 ; Moda 10
Luego de agregar el 15, varía más la media, ya que aumentó 0,15

Problema 257

Media: 2,72 ; Mediana: 2 ; Moda 1

Problema 258

Familias encuestadas: 36 , Habitaciones: 184

RESPUESTAS NIVEL 3

P (Problemas) – R (Respuestas)

P	R
301	C
302	D
303	E
304	D
305	E
306	A
307	E
308	A
309	E
310	F
311	B
312	B
313	16
314	4 016 vértices
315	448 cm^2
316	$35 \pi \text{ cm}$
317	$400 \sqrt{2} \text{ cm}^2$
318	20 m
319	$\frac{4}{3} \sqrt{2}$
320	
321	B

322	E
323	F
324	D
325	D
326	A
327	C
328	D
329	D
330	B
331	A
332	C
333	B
334	D
335	C
336	E
337	B
338	5 040 , 40 320
339	15 , 24 , 33 42 , 51 , 60
340	33
341	18
342	3 454
353	D

354	B
355	B
356	A
357	A
358	C
359	A
360	14 cm
361	D
362	B
363	D
364	B
365	B
366	B
367	C
368	D
369	D
370	C
371	C
372	E
373	C
374	D
375	841 cuadrados

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA NIVEL 3

Problema 343

Respuesta: C

Problema 344

El número 11 , La media se mantiene igual

La primera y segunda lista son bimodales, siendo la moda 9 y 12

Problema 345

Media: 14,57 años ; Mediana: 14,5 años ; Moda: 14 años

Problema 346

14 600 toneladas por hectárea , disminuyó 13,91 %

Problema 347

Media: 12 , Mediana: 12 , Moda: 12

Joseca agrega 49 números 12

Problema 348

$$\frac{7}{8}$$

Problema 349

$$\frac{2}{21}$$

Problema 350

Media: 3,1 , Mediana: 3 , Moda: 3

Problema 351

4 notas 1 y 4 notas 5

Problema 352

$$\frac{1}{3}$$

**RESPUESTAS A
PROBLEMAS
SELECCIONADOS
DE PISA**



Problema 1.

No se presenta la solución de este problema liberado de Pisa, porque está preparado como una actividad interactiva y debe resolverse on-line.

Problema 2

Respuesta: B

Problema 3

Respuesta: D

Problema 4

Respuesta: A

Problema 5

Pregunta 1

n =	Número de manzanos	Número de coníferas
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código1 : 7 números correctos

Sin puntuación:

Código 0: Cualquier otra respuesta

Código 9: Sin respuesta

Pregunta 2

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

(Las puntuaciones siguientes son para las respuestas que utilizan el método correcto y dan la respuesta correcta. El segundo dígito diferencia los distintos enfoques)

Código 11: Respuestas que dan $n = 8$ con el método algebraico Mostrado explícitamente. Por ejemplo:

$$n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n - 8) = 0, \\ n = 0 \text{ y } n = 8, \text{ por tanto } n = 8$$

Código 12: Respuestas que dan $n = 8$, sin presentar un método algebraico claro, o sin cálculos. Por ejemplo:

$$n^2 = 8^2 = 64, 8n = 8 \times 8 = 64$$

$$n^2 = 8n. \text{ Esto da } n = 8$$

$$8 \times 8 = 64, n = 8$$

$$n = 8$$

$$8 \times 8 = 8^2$$

Código 13: Respuestas que dan $n = 8$ utilizando otros métodos, por ejemplo, utilizando la regularidad de la tabla.

Código 14: Respuestas similares a la primera de arriba (álgebra explícita) pero que dan ambas respuestas.

$n = 8$ y $n = 0$. Por ejemplo:

$$n^2 = 8n, n^2 - 8n = 0, n(n - 8) = 0$$
$$n = 0 \text{ y } n = 8$$

Código 15: Respuestas similares a la segunda de arriba (sin álgebra) pero que dan ambas respuestas $n = 8$ y $n = 0$.

Sin puntuación:

(Las puntuaciones siguiente son para las respuestas que obtiene 0 puntos)

Código 00: Otras respuestas, incluyendo la respuesta $n = 0$. Por ejemplo,

$$n^2 = 8n \text{ (repetición del enunciado)}$$

$$n^2 = 8$$

$$n = 0.$$

No se puede tener el mismo número porque por cada manzano hay 8 coníferas

Código 99: Sin respuesta

Pregunta 3

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 21: Respuestas correctas (manzanos) y que dan alguna explicación algebraica basada en las fórmulas n^2 y $8n$. por ejemplo:

Manzanos = $n \cdot n$ y coníferas = $8 \cdot n$. Ambas fórmulas

Tiene n , pero los manzanos tienen otro factor n que se hace mayor mientras el factor 8 permanece igual.

El número de manzanos aumenta más rápidamente.

El número de manzanos crece más deprisa porque

Dicho número elevado al cuadrado en vez de multiplicado por 8.

El número de manzanos es cuadrático. El número de Coníferas es lineal. Por lo tanto los manzanos aumentan más rápidamente.

La respuesta utiliza una gráfica para mostrar que n^2 supera a $8n$ después de que $n = 8$.

Puntuación parcial:

Código 11: Respuestas correctas (manzanos) y que se basan en ejemplos concretos o en el desarrollo de la tabla. Por ejemplo:

El número de manzanos aumentará más rápidamente porque si usamos la tabla, encontraremos que el número de manzanos aumenta más deprisa que el número de coníferas.

Esto ocurre sobre todo después de que el número de manzanos sea el mismo que el de coníferas.

La tabla muestra que el número de manzanos aumenta más rápidamente,

o,

respuestas correctas (manzanos) y que muestran de alguna manera que se comprende la relación n^2 y $8n$, pero sin expresarlo con la claridad del primer apartado de código 2.

Por ejemplo:

Manzanos después de $n > 8$.

Después de 8 filas, el número de manzanos aumentará más rápidamente que el de coníferas.

Coníferas hasta 8 filas, después habrá más manzanos.

Sin puntuación:

Código 01: Respuestas que son correctas (manzanos) pero que dan una explicación insuficiente o vaga, o sin explicación. Por ejemplo:

Manzanos.

Manzanos porque están poblando el interior que es mayor que el perímetro.

Los manzanos porque están rodeados por las coníferas.

Código 02: Respuestas incorrectas. Por ejemplo:

Coníferas.

Coníferas porque por cada fila adicional de manzanos se necesitan muchas coníferas.

Coníferas. Porque por cada manzano hay 8 coníferas.
No sé.

Código 99: Sin respuesta.

Problema 6

Respuesta: D

Problema 7

Respuesta: C

Problema 8

Respuesta: B

Problema 9

Pregunta 1

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 2: Una respuesta entre 3 600 y 3 800 millones de kilómetros, redondeando a las decenas de millón.

- Diámetro de la Tierra $\approx 12\,700$
Diámetro de la órbita de la Mir $\approx 13\,500$
Longitud de una órbita $\approx 42\,000$
Total 3 630 millones de kilómetros.
- La longitud de una órbita es
 $40\,000 + 2\pi \times 400 = 42\,515$ km
Total 3 677,4 millones de kilómetros, por tanto la respuesta es 3 680 millones de kilómetros.

Puntuación parcial:

Código 1: Un solo error de procedimiento.

- Usa el radio en lugar del diámetro.
- Añades 400 en lugar de 800 para calcular el diámetro de la órbita de la Mir.
- No redondea como se pide (por ejemplo, redondea al millón en lugar de a las decenas de millón)

Sin puntuación:

Código 0: Otras respuestas

Código 9: Sin respuesta

Problema 10

Respuesta: B

Problema 11

Respuesta: A

Problema 12

Respuesta: D