

XXI OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 1

COLEGIO CRISTO REY – ASUNCIÓN

2 – 3 – 4 de octubre de 2009

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido: Grado / Curso:

Colegio: Ciudad: Dpto:

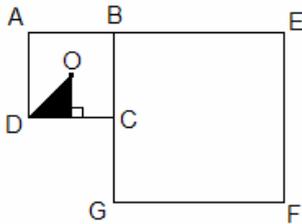
Dirección Particular:

Teléfono particular: E – Mail:

Fecha de nacimiento: Cédula de identidad:

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.



Problema 1

En la figura de la izquierda ABCD y BEFG son cuadrados. O es el centro del cuadrado ABCD y C es el punto medio del lado BG. El área de la figura pintada de negro es 4 cm^2 . Calcular el área de la figura AEFGCD.

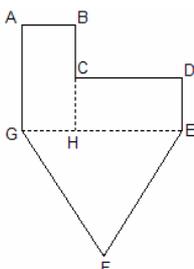
Problema 2

Un número entero positivo es “SUPERCUATRO” cuando la suma de sus cifras es 4 (por ejemplo 4 , 103 , 1111). Encontrar el menor número entero positivo que tenga exactamente cinco divisores positivos “SUPERCUATRO” distintos.

Problema 3

Carlos es el triple de rápido que Emilio. Si juntos pueden hacer un trabajo en 12 días, ¿cuánto tiempo le tomaría a Carlos hacer sólo el mismo trabajo?

Problema 4



Los rectángulos ABHG y CDEH son iguales y el triángulo EFG es equilátero. El perímetro del rectángulo ABHG es 48 cm. Además $HE = 2 \text{ HG}$. Calcular el perímetro de la figura ABCDEFG.

Problema 5

Paola debe escribir los dígitos del 1 al 9 en secuencia (en un cierto orden, sin repetirlos y sin que falte ninguno); de forma tal que los números determinados por cualesquiera de dos dígitos consecutivos de la secuencia sean divisibles por 7 ó por 13. Por ejemplo, para el número 263: $26 = 13 \times 2$, $63 = 7 \times 9$. ¿Cuál es la secuencia encontrada por Paola?

XXI OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 2

COLEGIO CRISTO REY – ASUNCIÓN

2 – 3 – 4 de octubre de 2009

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido:	Grado / Curso:
Colegio:	Ciudad: Dpto:
Dirección Particular:	
Teléfono particular:	E – Mail:
Fecha de nacimiento:	Cédula de identidad:

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

Pedro afirma que el número 2 009 forma parte de la siguiente sucesión de números:

$$20, 37, 54, 71, 88, 105, \dots$$

Explicar por qué Pedro puede hacer esta afirmación.

Problema 2

En un triángulo ABC, $\angle ABC = 57^\circ$. En el lado BC está ubicado el punto E y en el lado AC el punto D, tales que:

$$BE = AE = DE = CD$$

Calcular la medida de $\angle ACB$.

Problema 3

El número $\overline{3X36}$ es un cuadrado perfecto (se llama cuadrado perfecto al número que tiene raíz cuadrada exacta) Determinar el valor del dígito X.

Problema 4

En un triángulo ABC, se trazan las medianas AM y CN. P es el punto medio de AM y Q es el punto medio de CN. Si PQ = 10 cm, calcular la medida del lado AC.

Problema 5

El siguiente sistema de ecuaciones tiene soluciones en las cuales **x** es positiva e **y** es negativa. Determinar los valores de m que satisfacen estas condiciones.

$$3x + 6y = 1 \quad ; \quad 5x + my = 2$$

XXI OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 3

COLEGIO CRISTO REY – ASUNCIÓN

2 – 3 – 4 de octubre de 2009

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido: Grado / Curso:

Colegio: Ciudad: Dpto:

Dirección Particular:

Teléfono particular: E – Mail:

Fecha de nacimiento: Cédula de identidad:

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

Determinar el valor de la suma:

$$2 + 33 + 6 + 35 + 10 + 37 + \dots + 1\,194 + 629 + 1\,198 + 631$$

Problema 2

En un triángulo ABC ($\hat{C} = 90^\circ$), el lado BC es el diámetro de una circunferencia que interseca al lado AB en el punto D. Una recta tangente a la circunferencia en D corta al lado AC en el punto F.

Si $\hat{CAB} = 46^\circ$, calcula la medida del ángulo CFD.

Problema 3

Determinar cuántos números enteros positivos n, no mayores que 2 009 verifican que la última cifra de n^{20} es 1.

Problema 4

El promedio de los n términos de una secuencia es n, para $n = 1, 2, 3, \dots$

Se escribe una secuencia de 2 009 términos.

Calcular la suma de los 2 009 términos de la secuencia.

Problema 5

En un triángulo ABC, I es el incentro (punto de intersección de las tres bisectrices).

La distancia de I al lado BC es 4 cm y la distancia de I al vértice B es 12 cm.

Dentro de la región angular correspondiente a \hat{ABC} se elige un punto D, tal que D sea el centro de una circunferencia tangente a las rectas AB y BC y que pase por el incentro.

Determinar los valores posibles de la distancia del punto D al vértice B.