PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

XX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 1

Centro Regional Mariscal Francisco Solano López – Pilar
3 – 4 – 5 de octubre de 2008

Nombre y Apellido: . . . . Grado: . . . .

Colegio: . . . . Ciudad: . . . . Dpto: . . . .

Dirección Particular: . . . .

Teléfono particular: . . . . E – Mail: . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . Cédula de identidad: . . . .

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

Dados los dígitos 2 , 6 , 8 , 9 ; se utilizan los que sean necesarios para escribir múltiplos de 29; con la condición de que esos múltiplos estén comprendidos entre 800 y 1 000.
Determinar todos los múltiplos posibles.

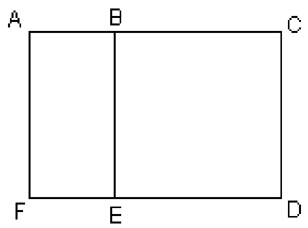
Problema 2

Un edificio muy alto tiene 2 008 pisos, sin contar con la planta baja. De la planta baja (se puede considerar como piso 0), salen 5 ascensores:

El ascensor A para en todos los pisos.
El ascensor B para en los pisos múltiplos de 5.
El ascensor C para en los pisos múltiplos de 7.
El ascensor D para en los pisos múltiplos de 17.
El ascensor E para en los pisos múltiplos de 23.

1º) ¿Existe algún piso en el cual paren todos los ascensores, aparte de la planta baja?
2º) Determinar todos los pisos en los cuales paren al menos 4 ascensores.

Problema 3



El perímetro del rectángulo ACDF de la figura es 96 cm.

BCDE es un cuadrado que tiene 24 cm más de perímetro que el rectángulo ABEF.

Determinar el área del rectángulo ACDF.

Problema 4

Dos números enteros a y b forman una fracción $\frac{a}{b}$ que, luego de simplificar, queda $\frac{5}{16}$. Se suma 120 al numerador, pero se desea que la razón se mantenga; para ello, se debe multiplicar al denominador por 4.
Determinar el valor de a y b.

Problema 5

En un triángulo ABC, $\angle BAC = 82º$. Calcular el ángulo formado por las bisectrices de los otros dos ángulos si una de las bisectrices es interior y la otra exterior al triángulo.

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

omapa

XX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 2

Centro Regional Mariscal Francisco Solano López – Pilar
3 – 4 – 5 de octubre de 2008

Nombre y Apellido: . . . . Grado: . . . .
Colegio: . . . . Ciudad: . . . . Dpto: . . . .
Dirección Particular: . . . .
Teléfono particular: . . . . E – Mail: . . . .
Fecha de nacimiento: . . . . Cédula de identidad: . . . .

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

En un trapecio ABCD, AB $\parallel$ CD. Las alturas del trapecio AF y BE miden 16 y el área del triángulo FBC es 192. Además BF = BC y 4 DF – 5 FC = 0.
Hallar el perímetro del trapecio.

Problema 2

En un exágono regular ABCDEF de lado 20, se trazan las diagonales AE y BF, que se intersecan en G.
Calcular el área del triángulo AFG.

Problema 3

Blas y Silvia juegan “Toros y Vacas”. El juego consiste en que Silvia tiene que adivinar el número de 4 cifras distintas, mayor que 1 000, que pensó Blas. Para que Silvia pueda adivinarlo, debe decir el primer número de 4 cifras que se le ocurra y Blas debe indicarle en qué se parecen.
Si el número pensado fuera 1234, y Silvia dice 9631; serán “Toros” los dígitos que se encuentran en el número pensado y además ocupan el mismo lugar, en éste caso, el 3. Son “Vacas” los dígitos que se encuentran en el número de Blas, pero que no están en su lugar; como el 1. Y cuando no hay toros ni vacas, no hay dígitos que coincidan.
Silvia descubre el número en el 5º intento. Los números de los intentos anteriores son:

2468 → 2 vacas; 7254 → 2 vacas; 3579 → ni toros, ni vacas; 4925 → 2 vacas

¿Cuál fue el número en el que pensó Blas?

(Continúa al dorso) . . . .

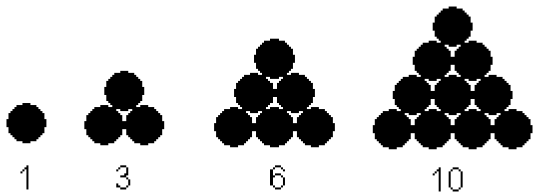
Problema 4

Observar como se va construyendo la siguiente tabla:

	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5												
Fila 1	1																
Fila 2	2	3															
Fila 3	4	5	6	7													
Fila 4	8	9	10	11	12	13	14	15									
Fila 5	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

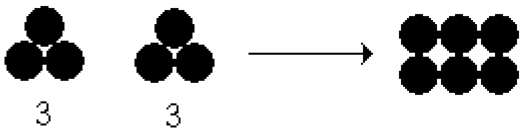
Calcular en qué fila y en qué columna está escrito el número 2 008.

Problema 5



La siguiente disposición de fichas circulares origina los “números triangulares”.

Utilizando el doble de fichas que corresponden a un determinado número triangular, podemos armar un rectángulo, como se indica en el gráfico de abajo.



A partir del año 2 008, ¿cuántos años faltan para que la cantidad de fichas en una disposición rectangular como la anterior coincida, por primera vez, con el número del año?

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

omapa

XX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

RONDA FINAL - NIVEL 3

Centro Regional Mariscal Francisco Solano López – Pilar
3 – 4 – 5 de octubre de 2008

Nombre y Apellido: . . . . Curso: . . . .

Colegio: . . . . Ciudad: . . . . Dpto: . . . .

Dirección Particular: . . . .

Teléfono particular: . . . . E – Mail: . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . Cédula de identidad: . . . .

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

Se consideran todos los números enteros positivos, menores que 500, tales que sus factores primos sean solamente 2 , 7 , 11 o alguna combinación entre ellos.
¿Cuántos números hay?

Problema 2

Tenemos la siguiente expresión:

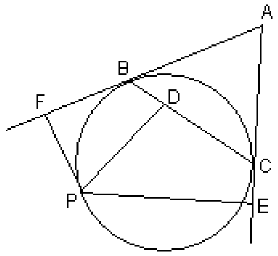
$$S = |n-1| + |n-2| + \dots\dots\dots + |n-100| \quad ; \quad (n \text{ es entero } , 1 < n < 100)$$

Determinar para qué valores de n, S tiene su mínimo valor.
Observación: Recordamos que $|A|$ significa *valor absoluto de A*, que siempre es positivo. Por ejemplo: $|-2| = 2$

Problema 3

En un triángulo isósceles ABC, AB = AC , BC = 12. D es el punto medio de BC.
Por D se traza una perpendicular al lado AC, que lo corta en el punto E.
Sea F un punto del lado AB tal que EF $\parallel$ BC. Si EC = 4, determinar la medida del segmento EF.

Problema 4



En el dibujo tenemos una circunferencia y dos tangentes AB y AC, siendo B y C los puntos de tangencia.
P es un punto ubicado sobre la circunferencia.
Desde P se trazan PD , PE y PF perpendiculares a BC, AC y AB respectivamente.
Demostrar que $(PD)^2 = PE \cdot PF$

Problema 5

Sean m , n , p racionales, tales que, $\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{p}$ es racional. Demostrar que $\sqrt{m}$, $\sqrt{n}$, $\sqrt{p}$ son racionales.