



## XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

### TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007 - NIVEL 1

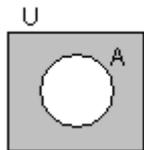
Nombre y Apellido: ..... C.I.: .....

Grado: ..... Sección: ..... Puntaje: .....

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución del problema.

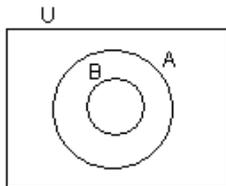
Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al final de la prueba. No escribas nada más en las hojas del examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.

#### Problema 1



En el gráfico, U es el conjunto universal, A es un conjunto contenido en el conjunto universal.

La región sombreada corresponde a  $A'$ , complemento de A ( $A' = U - A$ )



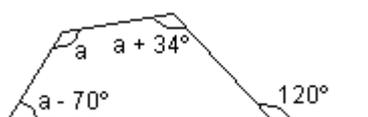
En este diagrama de Venn determinar  $B' - A'$ .

#### Problema 2

Calcular el resultado de:

$$(2007 - 2005) + (2005 - 2000) + (2000 - 1982) + (1982 - 1973) + (1973 - 1958) + (1958 - 1932)$$

#### Problema 3



En el cuadrilátero de la figura, determinar la medida del ángulo a.

#### Problema 4

Calcular el producto de los divisores que tiene el número 20.

#### Problema 5

Se tiene dos fracciones propias en las que el numerador de una de ellas es el denominador de la otra. Se determina la suma de estas dos fracciones y el resultado se multiplica por  $\frac{12}{7}$ ,

obteniéndose al final 2.

¿Cuáles son las dos fracciones?

**Problema 6**

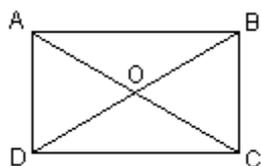
En un triángulo ABC, el lado BC mide 21 cm y la altura AH mide 12 cm. Se traza la mediana BM (AM = MC).

Calcular la distancia del punto M; al lado BC.

**Problema 7**

Con los dígitos 1, 3, 5 se escribe todos los números posibles de 2 cifras y de 3 cifras (en un mismo número no se puede repetir uno de los dígitos).

Hallar la suma de todos los números que se puede escribir.

**Problema 8**

En el rectángulo de la figura, ¿qué relación existe entre las áreas

(AOD) y (AOB)?

**Problema 9**

$$\begin{array}{r} A B C \\ + A B \\ \hline 236 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A B C \\ - A B \\ \hline \end{array}$$

En la adición, cada letra representa a un dígito diferente.

Calcular el resultado de la sustracción.

**Problema 10**

En un cuadrado ABCD, los lados miden 20 cm; E es el punto medio del segmento AB y F es el punto medio del segmento BC. Calcular el área del triángulo DEF.

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	



## XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

### TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007 - NIVEL 2

Nombre y Apellido: ..... C.I.: .....

Grado: ..... Sección: ..... Puntaje: .....

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución del problema.

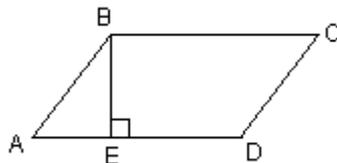
Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al final de la prueba. No escribas nada más en las hojas del examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.

---

#### Problema 1

Calcular la suma del mayor cuadrado perfecto de 3 cifras con el menor cubo perfecto de 4 cifras.

#### Problema 2



En el paralelogramo ABCD,  $AE = 8$  cm,  $BE = 6$  cm,  $ED = AB$ .  
Calcular el perímetro del paralelogramo.

#### Problema 3

El polinomio  $6x^2 - 11x - 35$  es el producto de dos factores distintos de 1.  
Calcular la suma de los cuadrados de esos dos factores.

#### Problema 4

En un rectángulo ABCD, se ubican los puntos E, F, G, H, puntos medios de AB, BC, CD, DA respectivamente. Uniendo estos puntos en el orden dado se obtiene un rombo cuyo perímetro es 232.  
Si  $AB = 84$ , calcular el área del rectángulo.

#### Problema 5

Se escriben todos los números de cuatro cifras, tales que el producto de sus cifras sea 8.  
¿Cuántos números se pueden escribir?

#### Problema 6



En la figura se ven 4 círculos iguales de radio 1, dentro de un cuadrado. Los círculos son tangentes entre sí y tangentes a los lados del cuadrado.  
Calcular la medida de la superficie pintada.

#### Problema 7

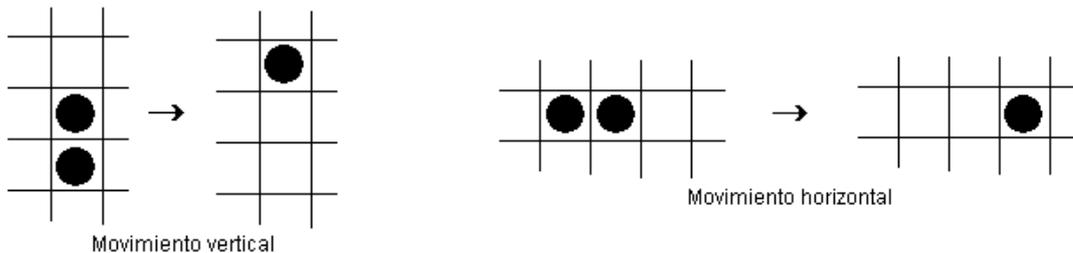
Si se triplica el dinero que tiene Alicia y se saca 1000 G, se obtiene menos que 122 000 G. Pero si se duplica el dinero de Alicia y se agrega 4000 G, resulta más que 82 000 G.  
Si Alicia tiene su dinero solamente en billetes y ninguna moneda, ¿cuánto dinero tiene Alicia?

#### Problema 8

En una circunferencia de centro O, una cuerda AB mide 16 cm.  
La superficie del triángulo AOB es  $48$  cm<sup>2</sup>. Calcular la longitud de la circunferencia.

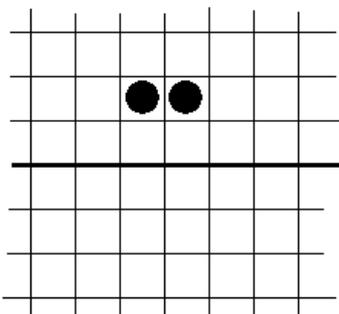
**Problema 9**

El siguiente juego se juega en una cuadrícula, en la que se colocan varias fichas.



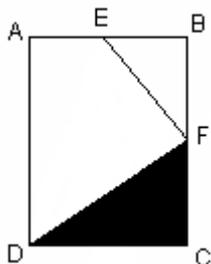
Los movimientos permitidos son:

- ❖ En el sentido vertical se puede “comer” solamente hacia arriba, saltando una sola casilla.
- ❖ En el sentido horizontal se puede “comer” hacia la derecha o hacia la izquierda, saltando una sola casilla.
- ❖ La ficha sobre la que se salta al “comer” se debe quitar.
- ❖ Para que se pueda realizar el movimiento, la casilla donde debe caer la ficha que se mueve debe estar vacía.



Calcular cuál es la menor cantidad de fichas que se debe colocar en las casillas que están por debajo de la línea gruesa, para que al finalizar el juego se llegue a la situación indicada en el gráfico.

**Problema 10**



En la figura, ABCD es un rectángulo, E es el punto medio de AB y F es el punto medio de BC. El área pintada es  $10 \text{ cm}^2$ . Calcular la diferencia entre las áreas AEFD y BEF.

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	



**XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA**

**TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007 - NIVEL 3**

Nombre y Apellido: ..... C.I.: .....

Grado: ..... Sección: ..... Puntaje: .....

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al final de la prueba. No escribas nada más en las hojas del examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.

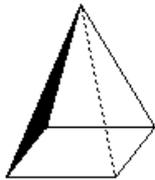
**Problema 1**

Se escribe la siguiente sucesión de números naturales:

323 , 324 , 325 , ..... , 876 , 877 , 878

Calcular la suma de todos los números que están en la lista.

**Problema 2**



En la pirámide regular de la figura, la base es un cuadrado de 10 cm de lado. El volumen de la pirámide es  $400 \text{ cm}^3$ . Calcular el área de la cara lateral que está pintada.

**Problema 3**

Calcular la siguiente potencia:  $(2 + \sqrt{2})^4$

**Problema 4**

La siguiente es una sucesión de números que se obtiene sumando 3 al número anterior:

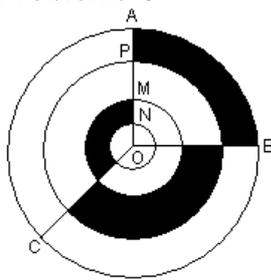
..... , 2 , 5 , 8 , 11 , .....

Consideramos otra sucesión que se forma sumando 8. Calcular qué número entre 1 y 10 debe ser el primer número de la sucesión, para que 2007 sea uno de los términos de la sucesión.

**Problema 5**

En la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ ;  $a, b, c$  son números enteros. Al resolver la ecuación se obtiene  $x_1 = -\frac{2}{3}$ ,  $x_2 = \frac{3}{2}$ . Calcular el valor de  $(a + b + c)$ , que corresponde al menor valor entero positivo de  $a$ .

**Problema 6**

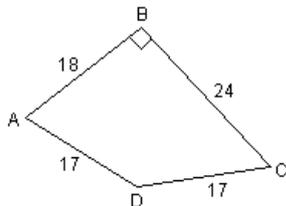


En la figura,  $AO \perp OB$ , OC es bisectriz del ángulo AOB.

$$AP = PM = MN = NO = 2$$

Calcular cuánto mide la superficie pintada.

**Problema 7**



Calcular el área del cuadrilátero convexo ABCD.

**Problema 8**

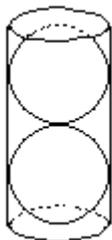
En un rombo ABCD, el perímetro es 60 y el área 216. Las medidas de las dos diagonales del rombo son números naturales. Hallar cuánto miden las diagonales.

**Problema 9**

Los números 112, 436 y 319 se dividen por un número A y se obtiene en todos los casos como residuo 4.

Hallar el número A.

**Problema 10**



Se tiene 3 esferas de igual tamaño, 2 de ellas macizas y 1 hueca (de espesor despreciable).

Las dos esferas macizas se colocan dentro de un recipiente cilíndrico de modo que sean tangentes entre ellas y tangentes a las paredes del recipiente.

Se carga agua hasta que el cilindro (con las dos esferas dentro) se llene completamente.

¿Qué parte de la esfera hueca se podrá llenar con el agua que entró en el cilindro?

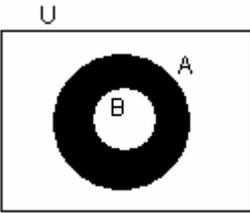
PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	



**XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA**  
**TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007**

**RESPUESTAS**

**NIVEL 1**

<b>PROBLEMAS</b>	<b>RESPUESTAS</b>
Problema 1	
Problema 2	75
Problema 3	112°
Problema 4	8000
Problema 5	$\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$
Problema 6	6 cm
Problema 7	2196
Problema 8	Son iguales
Problema 9	194
Problema 10	150 cm <sup>2</sup>

A cada problema le corresponde 1 punto.

Para lograr el punto el alumno debe escribir la respuesta **CORRECTA** y **COMPLETA**, pero no pierde el punto si no escribe la unidad de medida.



**XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA**  
**TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007**

**RESPUESTAS**

**NIVEL 2**

<b>PROBLEMAS</b>	<b>RESPUESTAS</b>
Problema 1	1961
Problema 2	56 cm
Problema 3	$13x^2 + 2x + 74$ o $37x^2 + 113x + \frac{449}{4}$ o cualquier otra expresión equivalente
Problema 4	6720
Problema 5	20
Problema 6	$16 - 4\pi = 4(4 - \pi) \cong 3,434$
Problema 7	40 000 G
Problema 8	$20\pi \text{ cm} \cong 62,83 \text{ cm}$
Problema 9	8
Problema 10	$20 \text{ cm}^2$

A cada problema le corresponde 1 punto.

Para lograr el punto el alumno debe escribir la respuesta **CORRECTA** y **COMPLETA**, pero no pierde el punto si no escribe la unidad de medida.



**XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA**  
**TERCERA RONDA REGIONAL - 1 DE SETIEMBRE DE 2007**

**RESPUESTAS**

**NIVEL 3**

<b>PROBLEMAS</b>	<b>RESPUESTAS</b>
Problema 1	333 878
Problema 2	65 cm <sup>2</sup>
Problema 3	$68 + 48\sqrt{2}$
Problema 4	7
Problema 5	- 5
Problema 6	$19\pi \cong 59,7$
Problema 7	336
Problema 8	24 y 18
Problema 9	A = 9
Problema 10	100 % o se llena totalmente

A cada problema le corresponde 1 punto.

Para lograr el punto el alumno debe escribir la respuesta **CORRECTA** y **COMPLETA**, pero no pierde el punto si no escribe la unidad de medida.