

XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

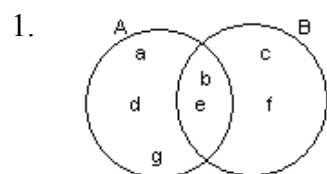
TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003 - NIVEL 1

Nombre y Apellido: Grado: Sección:

Puntaje:

Los dibujos correspondientes a problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al pie de la hoja. No escribas nada más en la hoja de examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.

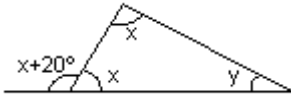


Tenemos los conjuntos A y B. Calcular:

$$A \cup (B - A).$$

2. En la siguiente proporción: $\frac{119}{a} = \frac{91}{39} = \frac{b}{63}$. ¿Cuál es el valor de $(b - a)$?
3. Se escriben en orden 46 números enteros positivos consecutivos y luego se suman los 46 números, obteniéndose 1.725.
Calcular la suma de los dos números ubicados en la parte media de la lista.
4. Se suma varias veces un mismo número primo, obteniéndose 78. ¿Cuáles son todos los números primos que cumplen esta condición?
5. Con tres números enteros consecutivos se escribe un número de tres cifras, sin repetir ningún dígito y con los dígitos ordenados en orden creciente o decreciente.
El mismo número que se escribe se suma con el número que resulta al invertir el orden de las cifras y se obtiene 888.
Calcular la suma de las cifras del número.
6. Tenemos la siguiente igualdad: $6,2 = a + 1,24$. ¿Cuál es la fracción irreducible equivalente a: $\frac{a}{6,2}$?
7. El promedio de 5 números impares consecutivos es 15. Determinar el promedio del mayor y el menor de los números.
8.
$$\begin{array}{r} 54a2b1 \\ - 54b2a1 \\ \hline 2970 \end{array}$$
 En la operación indicada, los dígitos a y b son mayores que 2. Dar todos los valores posibles de a y b .
9. Si a y b son números enteros positivos y $a^2 = 60b$; calcular la suma de los dos menores valores de b .
10. En un cuadrado ABCD se elige un punto E sobre el lado AB. El área del triángulo DEC es 32. ¿Cuánto mide el perímetro del cuadrado?

11.



Considerando el triángulo de la figura; determinar el valor del ángulo y .

12. En un triángulo ABC, $AC = 20$, $BC = 21$ y la altura $AH = 12$. ¿Cuánto vale la distancia del vértice B al lado AC?

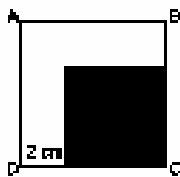
13. Las medidas de los lados de un rectángulo son números enteros. El área del rectángulo es 24.

Determinar el perímetro de cada uno de los rectángulos que cumplen las condiciones del problema.

14. Se tienen 36 cuadraditos iguales. Con ellos se quiere armar rectángulos, con la altura diferente a la base, y usando cada vez todos los cuadraditos, sin que sobre ni falte ninguno, y sin que hayan huecos ni superposiciones.

¿Cuántos rectángulos diferentes se pueden construir?

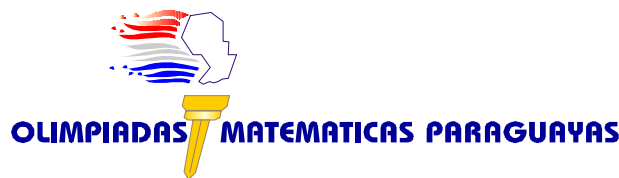
15.



En el cuadrado ABCD, la superficie pintada es también un cuadrado. El área del cuadrado ABCD tiene 56 cm^2 más que el área del cuadrado pintado.

Determinar el perímetro del cuadrado ABCD.

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	
Problema 11	
Problema 12	
Problema 13	
Problema 14	
Problema 15	



XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003 - NIVEL 2

Nombre y Apellido: Grado: Sección:

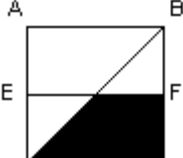
Puntaje:

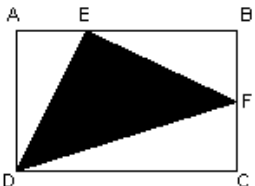
Los dibujos correspondientes a problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al pie de la hoja. No escribas nada más en la hoja de examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.

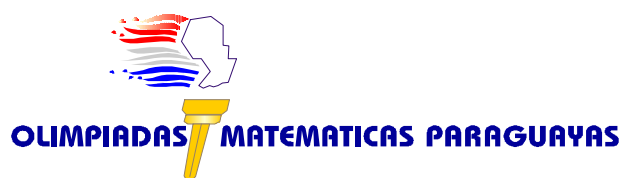
1. Se tienen dos polinomios P_1 y P_2 tales que $P_1 = P_2 + 8$ y $2P_1 - P_2 = 4x + 19$. Determinar el producto $P_1 \cdot P_2$.
2. El valor numérico del polinomio $5a - 3b + 2$ es 13. Si a y b son números naturales de un solo dígito, determinar los pares (a, b) que cumplen la condición del problema.
3. Determinar la suma del cociente y del residuo de la siguiente división:
$$\left(\frac{1}{3}a^3 - \frac{11}{4}a^2 + \frac{91}{18}a - 1\right) \div \left(\frac{1}{2}a^2 - 3a + \frac{1}{3}\right).$$
4. En la proporción: $\frac{24}{a} = \frac{b}{4}$, a y b son números enteros. Si $a > 7$, determinar todos los valores de a .
5. Se escriben todos los números de tres cifras tales que el producto de sus cifras sea 6. Hallar la suma de los números.
6. Sea N un cuadrado perfecto tal que: $N = a \cdot b$ ($a \neq b$; a y b naturales). Si N es mayor que 20 pero menor que 40, determinar los valores posibles de a .
7. Dos números naturales A y B ($A \neq B$) son mayores que 36 pero menores que 43. La suma de los dos números es 78. Encontrar todos los valores posibles del par (A, B) .
8. Si duplicamos la edad de Ana y restamos 1 año, obtenemos más de 27 años. Pero, si triplicamos la edad de Ana y le sumamos 5 años, resulta menos que 53 años. Hallar la edad de Ana.
9. Las medidas de los ángulos de un triángulo se obtienen sumando sucesivamente 8° al ángulo menor. Determinar la medida de cada uno de los ángulos del triángulo.
10. En un triángulo ABC , $AB = BC$. El ángulo ACB mide 70° . Se traza la mediana BM . Determinar la diferencia $\left(\angle AMB - \angle MBC\right)$.

11. En un triángulo rectángulo, la diferencia entre la hipotenusa y uno de los catetos es 4 y la diferencia entre este cateto y el otro cateto también es 4. Calcular la medida de los lados del triángulo.
12. En un triángulo ABC, $AB = AC$. El área del triángulo ABC es 60. El lado BC mide 10. La altura AH y la mediana BM se cortan en E. Hallar la distancia del punto E al lado AB.
13. Se tiene un polígono regular de n lados. Si el número de lados de este polígono se aumenta en dos, el número de diagonales aumenta en 13. Determinar el valor de n .

14.  En el cuadrado ABCD, los lados miden 12. E y F son puntos medios de los lados. Determinar el área de la superficie pintada.

15.  En el rectángulo ABCD, F es punto medio y $EB = 2AE$. El área del rectángulo es 120. Hallar el área de la superficie pintada.

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	
Problema 11	
Problema 12	
Problema 13	
Problema 14	
Problema 15	



XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003 - NIVEL 3

Nombre y Apellido: Curso: Sección:

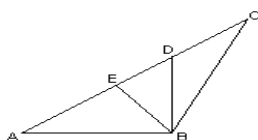
Puntaje:

Los dibujos correspondientes a problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben utilizarse los mismos para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

Tienes 120 minutos para resolver los problemas. Escribe la respuesta completa de cada problema en la tabla que tienes al pie de la hoja. No escribas nada más en la hoja de examen. No se permite el uso de calculadora. Suerte y que te diviertas.


1. Los números 82 , 68 y 61 se dividen por un mismo número primo y en todos los casos se obtiene como residuo 5. Determinar el divisor y todos los cocientes.
2. El promedio de 8 números naturales es 10,75. El promedio de 16 números naturales es 6,875. Determinar el promedio de esos 24 números.
3. Con los dígitos 1 , 2 , 4 , 6 , 7 , 9 se escriben capicúas de 3 cifras. Hallar la suma de todos los números capicúas que se pueden escribir.
4. Un capataz de una obra dispone de tres equipos de obreros. El equipo A puede terminar un trabajo en 8 días, el equipo B puede hacer el mismo trabajo en 12 días y el equipo C puede hacerlo en 16 días. El capataz pone a trabajar a los tres equipos juntos. Determinar en cuántos días podrán hacer la tercera parte del trabajo.
5. Juan tiene 920 U\$S en 107 billetes de 2 U\$S , 10 U\$S y 20 U\$S. La cantidad de billetes de 2 U\$S es el doble de la cantidad de billetes de 20 U\$S. Determinar cuántos billetes de cada denominación tiene Juan.
6. Las raíces de la ecuación: $x^2 + Ax + 32 = 0$ son dos múltiplos consecutivos de 4. Determinar los valores de A.
7. Dada la ecuación: $\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x} = \sqrt[4]{243}$; determinar el valor de la expresión $2x^2 - 5x + 6$.
8. Tenemos un recipiente de capacidad C. El recipiente se puede llenar utilizando un balde de 7 litros, llenándolo totalmente n veces y descargando el contenido en el recipiente C, pero la última vez sobran 4 litros en el balde. Si se usa un balde de 9 litros, se realizan 4 cargadas menos y en la última vez también sobran en el balde 4 litros. Hallar la capacidad C del recipiente.
9. El perímetro de un rectángulo es 28 cm y la diagonal del rectángulo tiene 2 cm más que uno de los lados. Hallar el área del rectángulo.

10.

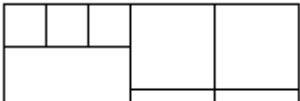


En el triángulo ABC, $DB \perp AB$, $BE \perp AC$ y $DB = DC$. Si $\angle ACB = 25^\circ$. Hallar la medida de $\angle ADB$ y $\angle ABE$.

11. En un paralelepípedo rectángulo, la diagonal mide 26 cm y la suma de las tres dimensiones del paralelepípedo es 38 cm. Determinar el área total del paralelepípedo.

12.  La pirámide de la figura tiene una altura de 8 cm. El área de la superficie pintada es 24 cm².

Determinar el área total de la pirámide.

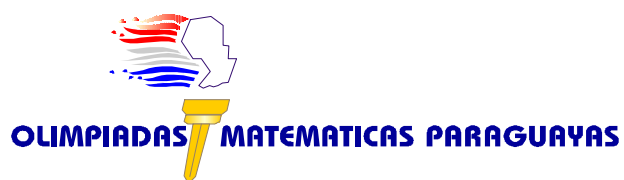
13.  El rectángulo de la figura tiene un área de 252 cm². Si recortamos el rectángulo siguiendo las líneas que están marcadas, todos los pedazos obtenidos son cuadrados.

Hallar el perímetro del rectángulo.

14. En un cuadrado ABCD, el perímetro es 48. Se toma E sobre DB tal que $DE = 2 BE$. Determinar el área del triángulo AEB.

15. En un triángulo ABC se traza la mediana AM. El área del triángulo BAM es 135. La distancia del vértice B al lado AC es un número entero mayor que 10 y múltiplo de 6. Hallar todas las medidas posibles del lado AC si su medida es también un número entero mayor que 10.

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	
Problema 7	
Problema 8	
Problema 9	
Problema 10	
Problema 11	
Problema 12	
Problema 13	
Problema 14	
Problema 15	



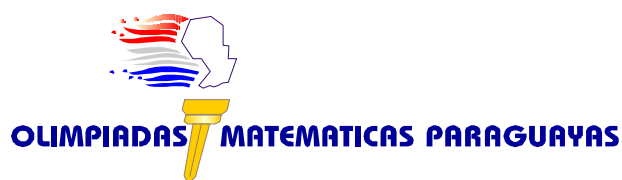
**XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA
TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003**

RESPUESTAS

NIVEL 1

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	$\{a, b, c, d, e, f, g\}$
Problema 2	96
Problema 3	75
Problema 4	2 , 3 , 13
Problema 5	12
Problema 6	$\frac{4}{5}$
Problema 7	15
Problema 8	$a = 9, b = 6$; $a = 8, b = 5$; $a = 7, b = 4$; $a = 6, b = 3$
Problema 9	75
Problema 10	32
Problema 11	20°
Problema 12	12,6
Problema 13	20 ; 22 ; 28 ; 50
Problema 14	4
Problema 15	60 cm

Cada respuesta completa vale 1 punto. Si la respuesta está incompleta no se asignará ningún punto.



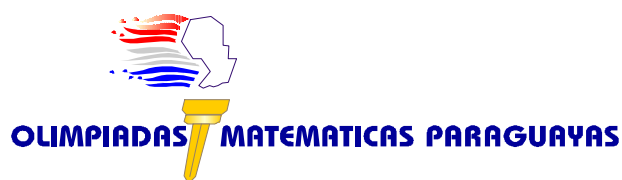
**XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA
TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003**

RESPUESTAS

NIVEL 2

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	$16x^2 + 56x + 33$
Problema 2	$(4, 3) ; (7, 8)$
Problema 3	$a - 2$
Problema 4	$8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 32 ; 48 ; 96$
Problema 5	2.220
Problema 6	$1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 9 ; 12 ; 18 ; 25 ; 36$
Problema 7	$(41, 37) ; (40, 38) ; (38, 40) ; (37, 41)$
Problema 8	15 años
Problema 9	$52^\circ ; 60^\circ ; 68^\circ$
Problema 10	70°
Problema 11	$20 ; 16 ; 12$
Problema 12	$\frac{40}{13}$
Problema 13	7
Problema 14	54
Problema 15	50

Cada respuesta completa vale 1 punto. Si la respuesta está incompleta no se asignará ningún punto.



**XV OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA
TERCERA RONDA - REGIONAL - 6 DE SETIEMBRE DE 2003**

RESPUESTAS

NIVEL 3

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	Divisor: 7 ; Cocientes: 11 , 9 , 8
Problema 2	$8\frac{1}{6} = \frac{49}{6} = 8,1666....$
Problema 3	19.314
Problema 4	$1\frac{3}{13}$ días ; $\frac{16}{13}$ días ; 1 día 5 horas 32 min 18 seg
Problema 5	50 billetes de 2 U\$\$; 32 billetes de 10 U\$\$; 25 billetes de 20 U\$\$
Problema 6	+ 12 ; - 12
Problema 7	9
Problema 8	122 litros
Problema 9	48 cm^2
Problema 10	Los dos ángulos miden 50°
Problema 11	768 cm^2
Problema 12	384 cm^2
Problema 13	66 cm
Problema 14	24
Problema 15	45 ; 30 ; 18 ; 15

Cada respuesta completa vale 1 punto. Si la respuesta está incompleta no se asignará ningún punto.