19) (5 puntos) A cada uno de los 100 participantes de una Olimpiada Matemática se le presentan cuatro problemas. 90 participantes resuelven el primer problema, 85 participantes resuelven el segundo problema, 80, el tercero y 75 resuelven el cuarto. ¿Cuál es el menor número posible de participantes que resolvió los cuatro problemas?

A) 75 B) 30 C) 25 D) 15 E) 20

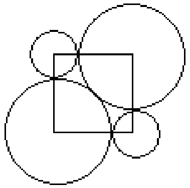
20) (5 puntos)

a		
		47
	63	

Hemos construido una tabla cuadrada (3 x 3) de números reales. La suma de cada columna, de cada fila y diagonal es la misma. Dos de los números se muestran en la figura. ¿Qué número debe estar en la posición “a”?

A) 55 B) 16 C) 54 D) 51 E) 110

21) (5 puntos)



Con centro en cada uno de los vértices del cuadrado de la figura se trazan las circunferencias indicadas. El cuadrado tiene como lado 10 y las circunferencias grandes son tangentes entre sí y a ambas circunferencias pequeñas. Entonces, podemos decir que:

$$\frac{\text{Radio de la circunferencia grande}}{\text{Radio de la circunferencia pequeña}} =$$

A) $\frac{2}{9}$ B) $\sqrt{5}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) 2,5 E) 0,8 π

22) (5 puntos) Los números 1; 2; 3; …; 99 se distribuyen en n grupos bajo las siguientes condiciones:

a) cada número está exactamente en un grupo;
b) hay, al menos, dos números en cada grupo;
c) si dos números están en el mismo grupo entonces su suma no es divisible por 3.

El menor valor de n posible con estas propiedades es:

A) 66 B) 3 C) 9 D) 33 E) 34

23) (5 ptos) ¿Cuál es el menor entero n tal que $(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \ldots . (n^2 - 1)$ es un cuadrado perfecto?

A) 6 B) 27 C) 7 D) 8 E) 16

24) (5 puntos) **Z** es la cantidad de números de 8 dígitos todos diferentes y ninguno es 0. ¿Cuántos números de 8 dígitos todos diferentes y ninguno 0, que son divisibles por 9 existen?

A) $\frac{Z}{8}$ B) $\frac{7}{8}$ Z C) $\frac{Z}{3}$ D) $\frac{8}{9}$ Z E) $\frac{Z}{9}$

Olimpiada Kanguro 2009

Nivel Estudiante (2º y 3er. Curso)

Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS Tiempo: 120 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Las respuestas equivocadas bajan puntos.

Nombre y Apellido: . . . .

Colegio: . . . . Ciudad: . . . . Curso:…………

AL COMPLETAR ESTA HOJA TE COMPROMETES A NO DIVULGAR LOS PROBLEMAS DE ESTA OLIMPIADA HASTA MAYO

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*. Por lo tanto no deben ser utilizados para medirlos y así tratar de encontrar la solución al problema.

1) (3 puntos) Nicolás midió los 6 ángulos de dos triángulos, uno acutángulo y el otro obtusángulo. Si ahora recuerda cuatro de los ángulos: 120°, 80°, 55° y 10°. ¿Cuánto vale el menor de los ángulos del triángulo acutángulo?

A) 10º B) 55º C) 5º D) 60º E) 45º

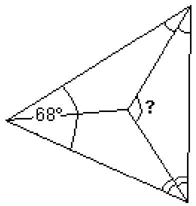
2) (3 puntos) A es un número entero positivo. Paloma calcula A^2 y A^3. ¿Cuántos son los posibles valores de A que tienen la misma cantidad de dígitos en sus cuadrados y en sus cubos?

A) 0 B) 3 C) 4 D) 9 E) infinitos

3) (3 puntos) En una isla de nobles y mentirosos, 25 personas están paradas formando una fila. Todos, excepto la primera persona que está en la fila, dijeron que la persona que tenían delante de ellos en la fila era un mentiroso. La persona que estaba primero en la fila dijo que todos los que estaban parados detrás de él eran mentirosos. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila? (Los nobles siempre dicen la verdad, los mentirosos siempre mienten).

A) 0 B) 9 C) 13 D) 12 E) 18

4) (3 puntos)



Un triángulo tiene un ángulo de 68°. Las tres bisectrices de sus ángulos han sido dibujadas. ¿Cuántos grados mide el ángulo que se marcó con signo de pregunta?

A) 124º B) 120º C) 128º
D) 136º E) 132º

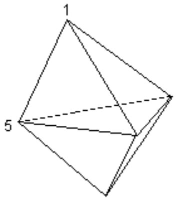
5) (3 puntos) En un acuario hay 200 peces. El 1% de ellos es azul, los restantes son amarillos. ¿Cuántos peces amarillos hay que quitar del acuario para que los peces azules representen el 2% de todos los peces del acuario?

A) 2 B) 50 C) 100 D) 20 E) 4

6) (3 puntos) ¿Para cuántos números **n** enteros positivos, $\mathbf{n^2 + n}$ es un número primo?

A) 0 B) una cantidad infinita de números C) 2
D) 1 E) una cantidad finita de números mayores que 2

7) (3 puntos)



La figura muestra un sólido formado por seis caras triangulares. En cada vértice hay un número. Para cada cara consideramos la suma de sus tres vértices. Si todas las sumas tienen el mismo resultado y dos de los números son 1 y 5, como se muestra la figura, ¿a qué es igual la suma de los cinco números?

A) 9 B) 18 C) 12 D) 24 E) 17

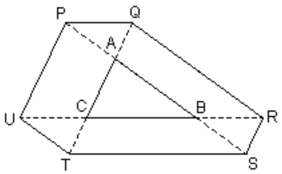
8) (3 puntos) Una circunferencia cuyo centro es el punto F tiene radio 13. Otra circunferencia con centro en G tiene radio 15. Las circunferencias se cortan en los puntos P y Q. La longitud del segmento PQ es 24. ¿Cuál de las siguientes puede ser la longitud del segmento FG?

A) 2 B) 9 C) 14 D) 18 E) 5

9) (4 puntos) Una caja contiene 2 calcetines blancos, 3 rojos y 4 azules. Liz sabe que un tercio de los calcetines están rotos, pero no cuáles son. Ella extrae calcetines de la caja y los deposita en el piso, con la esperanza de obtener dos calcetines sanos y del mismo color. ¿Cuántos calcetines debe extraer para estar segura de obtener un par bueno?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 3 E) 2

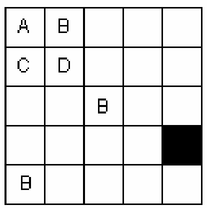
10) (4 puntos)



Los lados del triángulo ABC se continúan en ambos sentidos hasta los puntos P, Q, R, S, T y U, de modo que PA = AB = BS, TC = CA = AQ y UC = CB = BR. Si el área de ABC es 1, ¿cuánto vale el área del hexágono PQRSTU?

A) 10 B) 13 C) 9
D) 12 E) no hay suficiente información

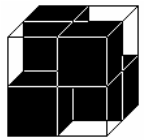
11) (4 puntos)



Queremos colorear los cuadrados de la grilla usando los colores A, B, C y D de tal modo que los cuadrados vecinos no tengan el mismo color (los cuadrados que comparten un vértice se consideran vecinos). Algunos cuadrados han sido coloreados como se muestra. ¿Cuáles son las posibilidades para sustituir el color del cuadrado pintado de negro?

A) cualesquiera de A o B B) sólo C C) sólo D
D) cualesquiera de C o D E) cualesquiera de A , B , C , D

12) (4 puntos)

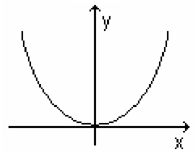


Un cubo de 2 × 2 × 2 se forma de cuatro cubos blancos transparentes de 1 x 1 x 1 y de cuatro cubos negros no transparentes de 1 × 1 × 1 (como muestra la figura). Se colocan de tal manera que al armar el cubo de 2 × 2 × 2 no se puede ver a través de él (ni desde arriba hacia abajo, ni de adelante a atrás, ni de derecha a izquierda).

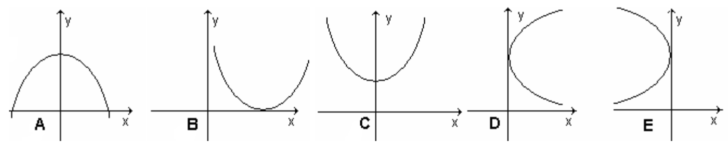
¿Cuál es la menor cantidad de cubos negros no transparentes que debemos usar para formar otro cubo grande que mida 3 × 3 × 3 y que tampoco se pueda ver a través de él?

A) 9 B) 18 C) 10 D) 6 E) 12

13) (4 puntos)



En el dibujo de la izquierda, el gráfico corresponde a la función $f(x) = x^2$. Qué gráfico puede corresponder a la función $f(x) = x^2 + 5$



14) (4 puntos) La diferencia (en valor absoluto) entre $\sqrt{n}$ y 10 es menor que 1. ¿Cuántos números enteros que cumplen con esta propiedad existen?

A) 19 B) 41 C) 20 D) 39 E) 40

15) (4 puntos) En la igualdad $\frac{E\cdot I\cdot G\cdot H\cdot T}{F\cdot O\cdot U\cdot R} = T\cdot W\cdot O$, letras diferentes representan a dígitos diferentes y letras iguales representan a dígitos iguales. ¿Cuántos valores diferentes puede tener el producto $T\cdot H\cdot R\cdot E\cdot E$?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

16) (4 puntos) Dos corredores **A** y **B** están corriendo alrededor de un estadio. Cada uno corre todo el tiempo a la misma velocidad. **A** corre más rápido que **B**. **A** da una vuelta completa en 3 minutos. **A** y **B** empiezan juntos y 8 minutos después **A** pasa a **B** por primera vez. ¿Cuánto tiempo le lleva a B dar una vuelta?

A) 6 min B) 4 min 30 seg C) 4 min 48 seg D) 4 min 20 seg E) 8 min

17) (5 puntos) Hay 2009 canguros. Cada uno de ellos es claro u oscuro. Se sabe que un canguro claro es más alto que exactamente 8 canguros oscuros, otro canguro claro es más alto que exactamente 9 canguros oscuros, otro canguro claro es más alto que exactamente 10 canguros oscuros y así, sucesivamente, un último canguro claro es más alto que todos los canguros oscuros. ¿Cuál es el número de canguros claros?

A) la situación es imposible B) 1 003 C) 1 002
D) 1 001 E) 1 000

18) (5 puntos) ¿Cuál es el último dígito del número $1^2 - 2^2 + \ldots - 2008^2 + 2009^2$?

A) 2 B) 5 C) 3 D) 1 E) 4