



Olimpiada Kanguro

2008

Nivel Estudiante (2do. y 3er. Curso)

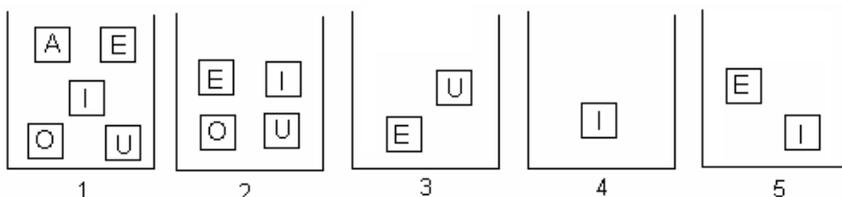
Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS

Tiempo: 1 hora y 15 minutos

AL PARTICIPAR TE COMPROMETES A NO DIVULGAR LOS PROBLEMAS DE ESTA OLIMPIADA HASTA MAYO

Por lo tanto, al terminar el examen **debes entregar** esta hoja y **TODOS** tus borradores a los profesores.

1) (3 puntos) Miguel tiene cinco cajas que contienen algunas cartas marcadas con las letras A , E , I , O , U, como se muestra en la figura. Él quiere eliminar cartas de las cajas de manera que, al final, cada caja contenga una sola carta y que ningún par de cajas contenga cartas marcadas con la misma letra. ¿Qué letra tendrá la carta que quede en la caja 2?



- A) E B) U C) O D) I E) A

2) (3 puntos) En las siguientes igualdades, las letras A , B , C , D y E representan dígitos distintos.

$$A + A + A = B \quad ; \quad C + C + C = D \quad ; \quad B + D = E$$

¿Cuál es el valor de “E”?

- A) 0 B) 2 C) 6 D) 8 E) 9

3) (3 puntos) ¿Cuál es la menor cantidad de letras que se deben quitar de la palabra CONCURSO de tal forma que las restantes queden en orden alfabético?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4) (3 puntos) Para festejar el día de fin de año José, vestía una remera con el número 2008 estampado en ella. José se paró de manos frente a un espejo mientras su amigo Manuel observaba. ¿Qué observó Manuel en el espejo?

- A) 2008 B) 5008 C) 8002 D) 8005 E) 2005

5) (3 puntos)



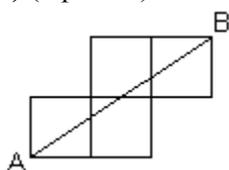
Los números 3 , 4 y otros dos números deben escribirse en las celdas de la tabla 2×2 que se muestra en la figura. Sabemos que la suma de los números de las filas deben ser igual a 5 y 10 y la suma de los números de una de las columnas debe ser igual a 9. El mayor de los números desconocidos es:

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 3

6) (3 puntos) Si $x + y = 0$ y $x \neq 0$, entonces $\frac{x^{2008}}{y^{2008}} =$

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2^{2008} E) $\frac{x}{y}$

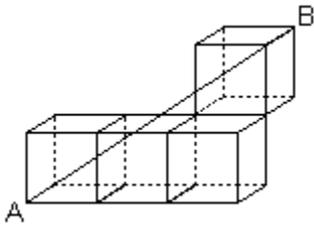
7) (3 puntos)



¿Cuál es la longitud del segmento AB si los cuadrados de la figura son de lado 1?

- A) 5 B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}$
E) Ninguna de las anteriores

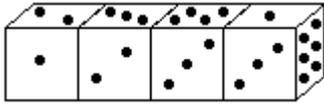
16) (4 puntos)



Cada uno de los cubos de la figura tiene lado de medida 1 cm. ¿Cuál es la medida (en centímetros) del segmento AB?

- A) $\sqrt{17}$ B) 7 C) $\sqrt{13}$
D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{14}$

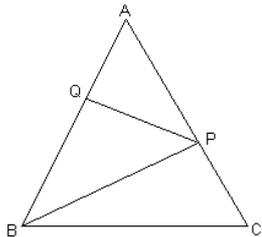
17) (4 puntos)



Cuatro dados idénticos se disponen en una fila como se muestra en la figura. Los dados pueden no ser estándares, es decir, la suma de sus caras opuestas podría no ser necesariamente 7. ¿Cuál es la suma total de los puntos de las seis caras que se tocan de los dados de la figura?

- A) 23 B) 21 C) 19 D) 22 E) 20

18) (4 puntos)



La figura muestra un triángulo isósceles con $AB = AC$. Si PQ es perpendicular a AB, la medida del ángulo BPC es 120° y la medida del ángulo ABP es 50° , luego la medida del ángulo PBC es:

- A) 10° B) 5° C) 15° D) 25°
E) 20°

19) (4 puntos) Se proponen 5 problemas en una competencia matemática. Como cada problema es de diferente nivel de dificultad, ningún problema vale igual que otro (todos los puntajes son enteros positivos y el mayor puntaje posible es 10). Felipe hizo el puntaje máximo y obtuvo un total de 10 puntos por los dos problemas de menor puntaje, y un total de 18 puntos por los dos problemas de mayor valor. ¿Cuántos puntos, en total, obtuvo Felipe en la prueba?

- A) 30 B) 32 C) 34 D) 35 E) 40

20) (4 puntos)



En la figura, ambos exágonos son regulares y congruentes. ¿Qué fracción del área del paralelogramo se encuentra sombreada?

- A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

21) (5 puntos) Diremos que tres números primos distintos son *especiales* si el producto de estos números es cinco veces la suma de éstos. ¿Cuántos grupos de números primos *especiales* existen? (Nota: Grupos como $\{1, 2, 3\}$ y $\{3, 2, 1\}$ se consideran iguales.)

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 1 E) 0

22) (5 puntos) ¿Cuántas parejas (x, y) de números reales existen tales que la suma, el producto y el cociente (x/y) de dichos números sean iguales?

- A) 1 B) 8 C) 4 D) 2 E) 0

23) (5 puntos) En la igualdad $KAN - GAR = OO$, cada letra representa algún dígito (letras diferentes representan números diferentes y letras iguales representan números iguales). El valor máximo que pueden representar las letras KAN es:

- A) 987 B) 785 C) 865 D) 876 E) 864

24) (5 puntos) El primer elemento de una secuencia es $a_1 = 0$ y si $n \geq 1$ entonces $a_{n+1} = a_n + n \cdot (-1)^n$. Si $a_k = 2008$, entonces, el valor de k es:

- A) 2008 B) 2009 C) 4017 D) 4018 E) Otra respuesta

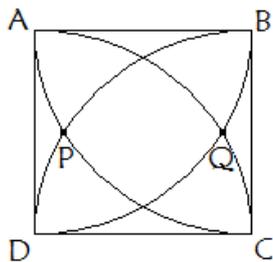
25) (5 puntos) Matilde dibujó 36 canguros usando 3 colores diferentes. 25 de los canguros contienen un poco de amarillo, 28 contienen un poco de marrón y 20 contienen un poco de negro. Solamente 5 canguros contienen los tres colores. ¿Cuántos canguros de un único color pintó Matilde?

- A) 4 B) 31 C) 27 D) 0 E) No se puede determinar

26) (5 puntos) Se tienen cinco puntos diferentes A_1, A_2, A_3, A_4 y A_5 , colocados en este orden en una recta no necesariamente equidistantes. Otro punto P es colocado en la misma recta de tal forma que la suma de las distancia $PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ sea mínima. Entonces, el punto P es:

- A) A_3 B) A_2 C) A_1 D) cualquier punto entre A_2 y A_4
E) cualquier punto entre A_1 y A_5

27) (5 puntos)



En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 1 y los arcos de circunferencias tienen centro en A, B, C y D . ¿Cuál es la longitud del segmento PQ ?

- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ D) $\sqrt{3} - 1$
E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

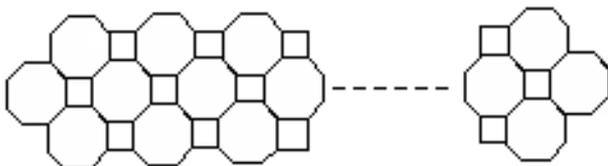
28) (5 puntos) El número $3^{32} - 1$ tiene exactamente dos divisores entre 75 y 85. ¿Cuál es el producto de estos divisores?

- A) 5852 B) 6560 C) 6804 D) 6888 E) 6972

29) (5 puntos) Sea m un número real tal que $0 \leq m \leq 1$. Si $x + y = m$ y $x^2 + y^2 = 1$, entonces $x^4 + y^4$ es igual a:

- A) $\frac{1 - (1 - m^2)^2}{2}$ B) $1 + \frac{(1 - m^2)}{2}$ C) $1 - \frac{(1 - m^2)^2}{2}$ D) m^4 E) $m^4 + 1$

30) (5 puntos)



Existen 61 octágonos en este panel. ¿Cuántos segmentos se utilizaron para hacer el panel?

- A) 488 B) 400 C) 328
D) 244 E) 446