



# Olimpiada Kanguro

## 2007

Nivel Estudiante (2do. y 3er. Curso)

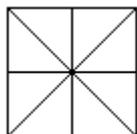
Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS

Tiempo: 1 hora y 15 minutos

AL PARTICIPAR TE COMPROMETES A NO DIVULGAR LOS PROBLEMAS DE ESTA OLIMPIADA HASTA MAYO

Por lo tanto, al terminar el examen debes entregar esta hoja y TODOS tus borradores a los profesores.

1)



(3 puntos) El área del cuadrado mayor de la figura es 1. En la figura no hay un triángulo que tenga como área:

- A)  $\frac{3}{8}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{1}{8}$       E)  $\frac{3}{6}$

2)

A		A	
		A	
	X		B
	Y		

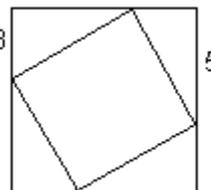
(3 puntos) En la tabla debe haber dos cuadrados marcados con la letra A y dos cuadrados marcados con la letra B en cada fila y en cada columna. ¿Qué letras deben estar en las casillas marcadas con X e Y, en ese orden?

- A) AA      B) AB      C) BA      D) BB      E) Es imposible

3) (3 puntos)  $2007 - (2006 - (2005 - (\dots - (2 - 1) \dots))) =$

- A) 1      B) 1000      C) 1003      D) 1004      E) 2006

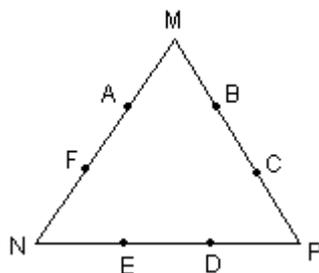
4)



(3 puntos) Un cuadrado pequeño es inscripto en uno más grande como se muestra en la figura. El área del cuadrado pequeño es:

- A) 28      B) 34      C) 16      D) 49      E) 36

5) (3 puntos)



En el triángulo equilátero MNP el área es  $9 \text{ m}^2$ .

Se sabe además que  $MA = AF = FN = NE = ED = DP = PC = CB = BM$ .

El área de exágono ABCDEF es:

- A)  $6,5 \text{ m}^2$       B)  $6 \text{ m}^2$       C)  $5 \text{ m}^2$   
D)  $4,5 \text{ m}^2$       E)  $4 \text{ m}^2$

6) (3 puntos) Los puntos  $A = (2006, 2007)$ ,  $B = (2007, 2006)$ ,  $C = (-2006, -2007)$ ,  $D = (2006, -2007)$  y  $E = (2007, -2006)$  son marcados en un sistema de coordenadas cartesianas. El segmento horizontal es:

- A) AB      B) BE      C) AD      D) BC      E) CD

7) (3 puntos) Dada la siguiente expresión:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 3^{20}$$

el valor de  $x$  es:

- A)  $3^{19}$       B)  $3^{20} - 1$       C)  $3^{20} - 3$       D)  $3^{19} - 1$       E)  $3^{19} + 1$

8) (3 puntos) ¿Cuál es el resultado de la operación?

$$(1900 + 1901 + 1902 + \dots + 1999) - (100 + 101 + 102 + \dots + 199)$$

- A) 180 000      B) 178 200      C) 1 800 000      D) 181 800      E) 190 000

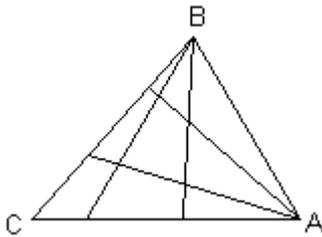
9) (3 puntos) Una organización internacional tiene 32 miembros. ¿Cuántos miembros tendrá dentro de 3 años si el número de miembros aumenta cada año con respecto al anterior en un 50 %?

- A) 182      B) 128      C) 108      D) 96      E) 80

10) (3 puntos) Sebastián tiene 2007 pelotas de tres posibles colores: amarillo, verde y azul. Si por cada pelota amarilla hay tres pelotas verdes y cinco azules, el número de pelotas verdes es:

- A) 223      B) 446      C) 669      D) 892      E) 111

11)



(4 puntos) En la figura, se muestra un triángulo ABC en el que aparecen trazados dos segmentos que parten del vértice A y dos segmentos que parten del vértice B. Los extremos finales de estos segmentos están en los lados opuestos a dichos vértices. Nótese que estos segmentos dividen al triángulo en nueve “partes”. Si se trazaran cuatro segmentos que partan del vértice A y cuatro segmentos que partan del vértice B hasta sus respectivos lados opuestos, ¿cuál es el número de “partes” en las que queda dividido el triángulo? (Los segmentos trazados no deben coincidir con los lados del triángulo)

- A) 16      B) 25      C) 36      D) 42      E) 49

12) (4 puntos) Para  $n \geq 2007$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es la mayor?

- A)  $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$       B)  $\frac{n-1}{n}$       C)  $\frac{n^2-1}{n^2+1}$       D)  $\frac{n-2}{n-1}$       E)  $\frac{n}{n+1}$

13) (4 puntos) Cuando en una feria se anunciaron los resultados de una rifa, el moderador dijo: “*Los tickets ganadores son aquellos cuyos números tienen al menos 5 dígitos y tales que a lo más tres de sus dígitos son mayores que 2*”. Más tarde, el animador recibió tickets con los números 1022 , 22222 , 102334 , 213343 , 3042531. ¿Cuántos de esos números corresponden a tickets ganadores?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

14) (4 puntos) ¿Qué fracción ocupa el 13<sup>mo</sup> lugar en la siguiente lista?

$$\frac{1}{2} ; \frac{1}{6} ; \frac{1}{12} ; \frac{1}{20} ; \dots$$

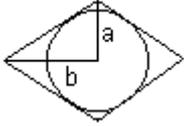
- A)  $\frac{1}{156}$       B)  $\frac{1}{132}$       C)  $\frac{1}{82}$       D)  $\frac{1}{26}$       E)  $\frac{1}{182}$

15) (4 puntos) Se tienen 15 números naturales consecutivos en el que el mayor de ellos es impar. Si la suma de todos los números pares es “a”, entonces el menor de los 15 números es:

- A)  $\frac{a}{7} - 7$       B)  $a - 15$       C)  $\frac{a}{8}$       D)  $\frac{a}{16} - 16$       E)  $a - 8$



24) (5 puntos) El radio del círculo inscrito en el rombo dado es:

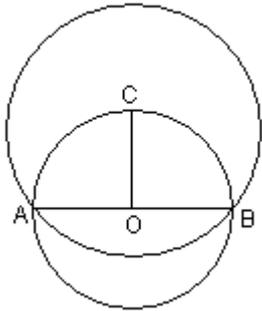


- A)  $\frac{2a}{b}$       B)  $\frac{2b}{a}$       C)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$       D)  $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$       E)  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$

25) (5 puntos) Sandra escribe todos los números de dos cifras tales que la suma de sus cifras es 5. ¿Cuál es el valor de la suma de todos los números que escribió Sandra?

- A) 160      B) 165      C) 55      D) 110      E) 180

26) (5 puntos)



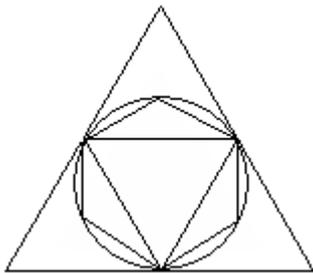
El círculo de radio 1 tiene centro en O y diámetro AB. La perpendicular a AB en O, corta en C a la circunferencia. El círculo con centro C y radio CA, se superpone parcialmente con el anterior. Hallar la superficie de la región superpuesta.

- A)  $\frac{3\pi - 2}{4}$       B)  $\pi - 1$       C)  $\frac{4 - \pi}{2}$   
 D)  $2 - \frac{\pi}{2}$       E)  $\frac{\pi + 1}{2}$

27) (5 puntos) Sea n el menor número entero positivo que puede ser escrito como la suma de 9 enteros positivos consecutivos y también como la suma de 10 enteros positivos consecutivos. ¿Cuál es el dígito de las decenas de n?

- A) 5      B) 3      C) 1      D) 4      E) 2

28)



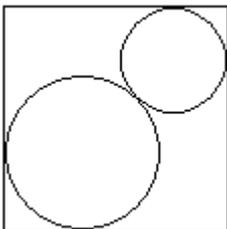
(5 puntos) Un triángulo equilátero y un hexágono regular son inscriptos en una circunferencia, que a su vez está inscripta en un triángulo equilátero (ver figura).  $S_1$  es el área del triángulo grande,  $S_2$  el área del triángulo pequeño y  $S_3$  el área del hexágono. ¿Cuál de las siguientes igualdades es siempre cierta?

- A)  $S_1 = S_2 + S_3$       B)  $S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2}$       C)  $S_1 = S_3 + 3 S_2$   
 D)  $S_3 = \sqrt{S_1^2 \cdot S_2^2}$       E)  $S_3 = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$

29) (5 puntos) Las soluciones reales de la ecuación cuadrática  $x^2 - 3x + 1 = 0$  son a y b. El valor de  $a^3 + b^3$  es:

- A) 24      B) 18      C) 16      D) 14      E) 12

30)



(5 puntos) Dos circunferencias tienen sus centros en la misma diagonal de un cuadrado. Ellas son tangentes entre sí y con los lados del cuadrado como se muestra en la figura. El cuadrado tiene lado 1 cm. ¿Cuál es la suma, en centímetros, de las longitudes de los radios de las circunferencias?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       C)  $2 - \sqrt{2}$       D)  $\sqrt{2} - 1$       E) 1