



# Olimpiada Canguro

## 2006

Nivel Estudiante (2do. y 3er. Curso)

Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS

Tiempo: 1 hora y 15 minutos

AL PARTICIPAR TE COMPROMETES A NO DIVULGAR LOS PROBLEMAS DE ESTA OLIMPIADA HASTA MAYO

Por lo tanto, al terminar el examen debes entregar esta hoja y TODOS tus borradores a los profesores.

1) ¿Cuál es el promedio de 2006 y 6002?

- A) 4006      B) 4004      C) 4002      D) 4000      E) 3998

2) ¿Cuántos números de cuatro cifras (con todas sus cifras distintas) son divisibles por 2006?

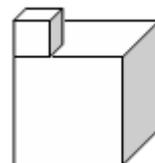
- A) 1      B) 5      C) 2      D) 4      E) 3

3) ¿Cuál es el menor número de diez cifras que puede ser obtenido colocando a los siguientes seis números: 309, 41, 5, 7, 68, y 2, en algún orden y uno seguido del otro?

- A) 1 234 567 890      B) 1 023 456 789      C) 3 097 568 241      D) 2 309 415 687      E) 2 309 415 678

4) El sólido de la figura está conformado por dos cubos. El lado del cubo más pequeño tiene 1 cm de longitud y está colocado en la parte superior del cubo grande cuyo lado tiene 3 cm de longitud. ¿Cuál es el área de la superficie del sólido?

- A) 56 cm<sup>2</sup>      B) 62 cm<sup>2</sup>      C) 58 cm<sup>2</sup>      D) 64 cm<sup>2</sup>      E) 60 cm<sup>2</sup>



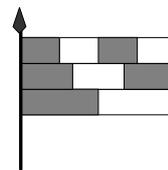
5) En el “cuadrado mágico” otros cinco números pueden ser colocados en las casillas restantes de manera que la suma de los tres números de cada columna, fila y diagonal sean la misma. ¿Cuál debe ser el valor de a?

- A) 90      B) 80      C) 70      D) 60      E) 50

30		70
100		
50		a

6) Una bandera consta de tres bandas de igual ancho, las cuales están divididas en dos, tres y cuatro partes iguales, respectivamente, como se muestra en la figura. ¿Qué fracción de la superficie de la bandera está sombreada?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{3}{5}$       D)  $\frac{5}{9}$       E)  $\frac{4}{7}$



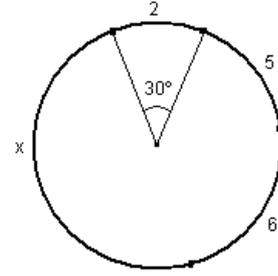
7) El reloj de mi abuela se adelanta un minuto cada hora. En cambio, el reloj de mi abuelo se retrasa medio minuto cada hora. Cuando yo salí de casa de mis abuelos, sincronicé sus relojes y les dije a ellos que yo estaría de vuelta cuando la diferencia entre las horas de sus relojes fuese exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo pasará desde mi salida hasta mi retorno?

- A) 60 horas      B) 40 horas      C) 90 horas      D) 12 horas      E) 14 horas y media

8) Pedro dice que el 25% de sus libros son novelas y que  $\frac{1}{9}$  de sus libros son de poesía. Si se estima que él tiene entre 50 y 100 libros, ¿cuántos libros tiene Pedro?

- A) 50      B) 64      C) 72      D) 56      E) 93

- 9) Una circunferencia es dividida en cuatro arcos de longitudes 2, 5, 6,  $x$ . Encuentre el valor de  $x$ , si el arco de longitud 2 subtende un ángulo de  $30^\circ$  al centro.



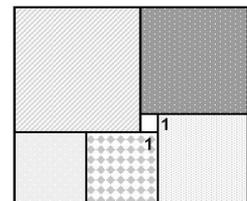
- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12
- 10) Si es azul, es redondo. Si es cuadrado, es rojo. Es o azul o amarillo. Si es amarillo, es cuadrado. Es o cuadrado o redondo. Esto significa:
- A) Es rojo y redondo    B) Es rojo    C) Es azul y redondo    D) Es un cuadrado azul    E) Es amarillo y redondo
- 11) Los números  $a, b, c, d$  y  $e$  son positivos, tales que  $ab = 2, bc = 3, cd = 4, de = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $e/a$ ?
- A)  $3/2$       B)  $5/6$       C)  $15/8$       D)  $4/5$       E) Imposible de determinar
- 12) La cifra de las unidades de un número de tres dígitos es 2. Si movemos éste dígito al principio del número se reduce en 36. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número original?

- A) 8      B) 10      C) 5      D) 9      E) 11

- 13) Una persona indiscreta le preguntó a Doña Alicia qué edad tenía. Doña Alicia respondió: “Si yo viviera hasta los 100 años, entonces mi edad es cuatro tercios de la mitad de los años que me quedan de vida”. ¿Cuál es la edad de Doña Alicia?

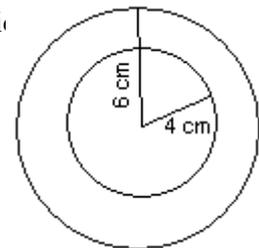
- A) 20      B) 30      C) 40      D) 60      E) 80

- 14) El rectángulo de la figura está dividido en seis cuadrados. La longitud de los lados del cuadrado más pequeño es 1 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados del cuadrado más grande?



- A) 5 cm      B) 6 cm      C) 7 cm      D) 8 cm      E) 9 cm

- 15) Una figura tiene la forma de un anillo creado con dos circunferencias concéntricas de radii 6 cm y 4 cm (ver diagrama). Una segunda figura tiene la forma de un círculo. ¿Cuál es el radio de esta figura si se sabe que tiene la misma área que la primera?



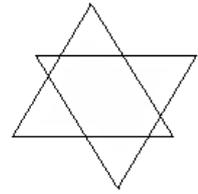
- A) 4 cm      B)  $2\sqrt{5}$  cm    C) 5 cm      D)  $2\sqrt{6}$  cm    E)  $\sqrt{10}$  cm

- 16) ¿Con cuántos ceros termina el producto de los primeros 2006 números primos?

- A) 0      B) 26      C) 9      D) 2      E) 1

17) Dos triángulos equiláteros idénticos de perímetro 18 cm se superponen de tal forma que sus lados respectivos sean paralelos. ¿Cuál es el perímetro del hexágono resultante?

- A) 10 cm      B) 11 cm      C) 12 cm      D) 13 cm      E) 14 cm

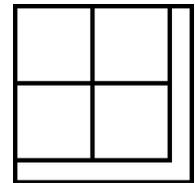


18) Una caja contiene 15 pelotas que están pintadas mitad rojo y mitad azul, 12 pelotas que están pintadas mitad azul y mitad verde, y 9 pelotas que están pintadas mitad verde y mitad rojo. ¿Cuál es el menor número de pelotas que pueden ser seleccionadas de la caja con la certeza de garantizar que tendrás al menos siete pelotas que comparten un mismo color?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

19) Un cuadrado de área  $125 \text{ cm}^2$  fue dividido en cinco partes de igual área (cuatro cuadrados y una figura en forma de L como se muestra en la figura). Encuentre la longitud del lado más corto de la figura en forma de L.

- A) 1 cm      B) 1,2 cm      C)  $2(\sqrt{5}-2)$  cm      D)  $5(\sqrt{5}-2)$  cm      E)  $3(\sqrt{5}-1)$  cm

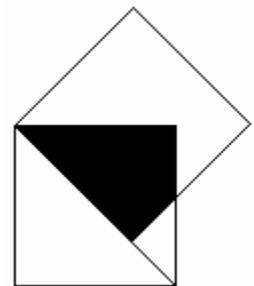


20) ¿Cuál es el máximo número de cifras que puede tener un número si cada par de cifras consecutivas es un cuadrado perfecto?

- A) 10      B) 5      C) 3      D) 4      E) 6

21) Los dos cuadrados de la figura son de lado 1, tienen un vértice común y uno de los lados de uno de los cuadrados está contenido en la diagonal del otro como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región pintada?

- A)  $\sqrt{2}+1$       B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$       D)  $\sqrt{2}-1$       E)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$



22) La familia Vidal está conformada por el padre, la madre y algunos hijos. El promedio de las edades de la familia Vidal es 18 años. El padre tiene 38 años y si se descarta la edad del padre, el promedio de la familia decrece a 14 años. ¿Cuántos niños hay en la familia Vidal?

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 5      E) 6

23) Cada cara de un cubo es pintado con un color distinto de una selección de seis colores. ¿Cuántos cubos distintos pueden obtenerse de esta manera?

- A) 24      B) 48      C) 36      D) 42      E) 30

24) Si el producto de dos números enteros es igual a  $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3$ , entonces su suma podría ser:

- A) divisible por 8      B) divisible por 5      C) divisible por 3      D) divisible por 49

E) ninguna de las condiciones anteriores pueden ser satisfechas

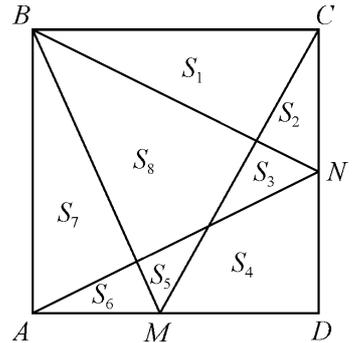
25) Halle el valor de  $x - y$ , si  $x = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2005^2$  e  $y = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 2004 \cdot 2006$ .

- A) 2005      B) 2006      C) 2004      D) 2000      E) 0

26)  $Y$  se define como la suma de los dígitos de  $X$ , y  $Z$  es la suma de los dígitos de  $Y$ . ¿Cuántos números naturales  $X$  satisfacen que  $X + Y + Z = 60$ ?

- A) más de 3      B) 0      C) 1      D) 2      E) 3

27) Los puntos  $M$  y  $N$  son elegidos arbitrariamente de los lados  $AD$  y  $DC$ , respectivamente, de un cuadrado  $ABCD$ . Luego, el cuadrado es dividido en ocho regiones de áreas  $S_1, S_2, \dots, S_8$  como se muestra en el figura. ¿Cuáles de las siguientes expresiones es siempre igual a  $S_8$ ?



- A)  $S_3 + S_4 + S_5$       B)  $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$       C)  $S_1 + S_4 + S_7$   
 D)  $S_2 + S_5 + S_7$       E)  $S_2 + S_4 + S_6$

28) Suponga que el resultado final de un partido de fútbol es  $5 - 4$  a favor del equipo local. Si el equipo local anotó primero y mantuvo la ventaja hasta el final, ¿de cuántas maneras pudieron haberse anotado los goles?

- A) 14      B) 13      C) 20      D) 17      E) 9

29) Si  $4^x = 9$  y  $9^y = 256$ , entonces  $xy$  es igual a:

- A) 2006      B) 48      C) 36      D) 4      E) 10

30) Dos lados de un triángulo tienen 7 cm de longitud cada uno. La longitud del tercer lado es un número entero medido en centímetros. A lo más, ¿cuántos centímetros puede medir el perímetro del triángulo?

- A) 14      B) 27      C) 21      D) 15      E) 28