

Escribe tus respuestas en la HOJA DE RESPUESTAS

Tiempo: 1 hora y 15 minutos

AL PARTICIPAR TE COMPROMETES A NO DIVULGAR LOS PROBLEMAS DE ESTA OLIMPIADA HASTA MAYO
 Por lo tanto, al terminar el examen debes entregar esta hoja y TODOS tus borradores a los profesores.

Problema 1 Si m bolígrafos cuestan n bolívares cada uno y n bolígrafos cuestan m bolívares cada uno, entonces el costo promedio, en bolívares, de cada bolígrafo es:

- A) 1 B) $\frac{m+n}{2}$ C) $\frac{m^2n^2}{2}$ D) $\frac{2mn}{m+n}$ E) mn

Problema 2 Una pirámide tiene 17 caras. ¿Cuántas aristas tiene?

- A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 32

Problema 3 El menor número real x que satisface la desigualdad $x^2 - 2004 \leq 0$ es:

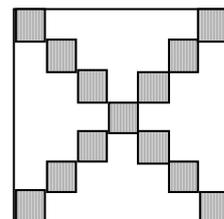
- A) -2004 B) $-\sqrt{2004}$ C) 2004 D) $\sqrt{2004}$ E) 0

Problema 4 Cada marciano tiene uno, dos o tres tentáculos en su cabeza. Exactamente el 1% de toda la población marciana está conformada por individuos con tres tentáculos, exactamente el 97% de los marcianos tiene dos tentáculos y el restante 2% está conformado por marcianos de un tentáculo. ¿Qué tanto por ciento de marcianos tiene más tentáculos en su cabeza que el promedio de toda la población marciana?

- A) 98 % B) 97% C) 96 % D) 3 % E) 1 %

Problema 5 Sea s un número impar. En el cuadrado de lado s , algunos cuadrados de lado 1 han sido sombreados (ver figura). ¿Cuál es el área de la región no sombreada?

- A) s^2+1-2s B) s^2+4-4s C) $2s^2+1-4s$
 D) s^2-1-2s E) s^2-2s



Problema 6 ¿Cuántos números de dos dígitos existen tales que su cuadrado y su cubo terminan en el mismo dígito?

- A) 1 B) 9 C) 10 D) 21 E) Más de 30

Problema 7 Un cuadrado esta dividido en 18 cuadrados pequeños, 17 de los cuales tienen lado de longitud 1. ¿Cuál es el área del cuadrado original?

- A) 25 B) 49 C) 81 D) 100 E) 225

Problema 8 ¿Cuántos triángulos rectángulos pueden ser formados al unir tres vértices de un polígono regular de 14 lados?

- A) 72 B) 82 C) 84 D) 88 E) Otra respuesta

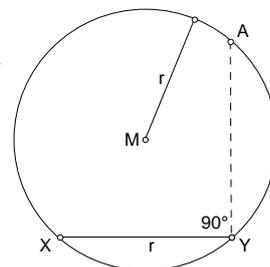
Problema 9 En un campo habían 15 ovejas y cierto número de pastores. Cuando la mitad de los pastores y la tercera parte de las ovejas se retiran de allí, queda un total de 50 piernas en el campo. ¿Cuál era el número de piernas que había al principio?

- A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 100

Problema 10

10) ¿Cuál es la medida del ángulo $\angle XAY$ en la figura? Los puntos A, M y X están alineados.

- A) $22\frac{1}{2}^\circ$ B) 30° C) 45° D) 60° E) 90°



Problema 11 ¿Cuántos cuadrados con un vértice en A (-1,-1) existen tales que al menos uno de los ejes coordenados es un eje de simetría del cuadrado?

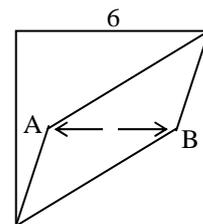
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problema 12 Hay 100 tarjetas en un sobre no transparente, numeradas con los números naturales del 1 al 100. Hay un número diferente en cada tarjeta. ¿Cuál es el menor número de tarjetas que hay que sacar del sobre, al azar, para estar seguro que el producto de los números en las tarjetas elegidas es divisible entre 4?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

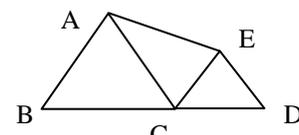
Problema 13 En un cuadrado de lado 6cm, los puntos A y B están en la línea media del cuadrado. Cuando se trazan segmentos de los puntos A y B a vértices opuestos del cuadrado, como indica la figura, se divide el cuadrado en tres regiones de igual área. ¿Cuál es la longitud del segmento AB?

- A) 3,6cm B) 3,8cm C) 4cm D) 4,2cm E) 4,4cm



Problema 14 En la figura, los dos triángulos equiláteros ABC y ECD, tienen lados de longitudes 2 y 1, respectivamente. El área del cuadrilátero ABCE es:

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$ C) 3 D) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



Problema 15 ¿Cuántos enteros no negativos pueden ser escritos como $a_0 + 3a_1 + 3^2a_2 + 3^3a_3 + 3^4a_4$ si a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 , pertenecen al conjunto $\{-1,0,1\}$?

- A) 5 B) 80 C) 81 D) 121 E) 243

Problema 16 El número $\left(\sqrt{22+12\sqrt{2}} - \sqrt{22-12\sqrt{2}}\right)^2$ es:

- A) negativo B) es igual a cero C) la cuarta potencia de algún entero no nulo
D) igual a $11\sqrt{2}$ E) un entero positivo divisible por 5

Problema 17 ¿Cuántos vértices hay en un polígono regular en el que la suma de las medidas de sus ángulos interiores es la séptima parte de la de un polígono regular de 16 lados?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 10

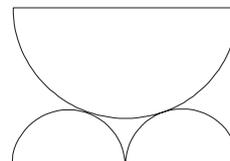
Problema 18 Si para una progresión geométrica $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ se cumple la relación $a_3 < a_2 < a_4$, entonces es cierto que:

- A) $a_3 \cdot a_4 > 0$ B) $a_2 \cdot a_3 < 0$ C) $a_2 \cdot a_4 < 0$ D) $a_2 < 0$ E) $a_2 \cdot a_3 > 0$

Problema 19 ¿Cuál es el dígito de las decenas de 11^{2004} ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Problema 20 Mónica quiere hacer un banco utilizando mitades de troncos en su jardín como se muestra en la figura. Los diámetros de las mitades de abajo son de 2 decímetros y el diámetro del medio tronco de arriba es de 4 decímetros.
¿Cuál es la altura del banco, en decímetros?

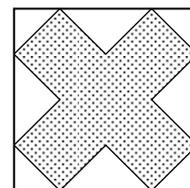


- A) $\sqrt{8}$ B) 3 C) 2,85 D) $\sqrt{10}$ E) 2,5

Problema 21 Las elecciones en Villa Vegetal fueron llevadas a cabo hoy. Todos los votantes que votaron por el Partido del Brócoli han comido brócoli alguna vez en su vida. El 90% de los votantes restantes que votaron por otros partidos nunca han comido brócoli. ¿Qué tanto por ciento de votos obtuvo el Partido del Brócoli en las elecciones, si exactamente el 46% de todos los votantes que acudieron a las elecciones han comido brócoli alguna vez en su vida?

- A) 40 % B) 41% C) 43% D) 45% E) 46%

Problema 22 El dibujo muestra un cuadrado y un dodecágono equilátero en forma de cruz. El perímetro del dodecágono es 36cm. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del cuadrado?



- A) 72 B) 18 C) 108 D) 115,2 E) 144

Problema 23 Sea ABC un triángulo equilátero con lados de longitud 4. El radio del arco circular, con centro en A, que divide el triángulo en dos partes de igual área es:

- A) $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ B) $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$ C) $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$ D) $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$ E) $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$

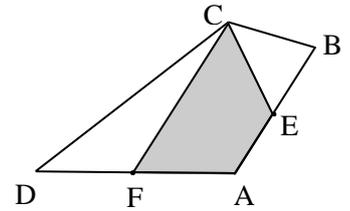
Problema 24 El número 2004 es divisible entre 12 y la suma de sus dígitos es igual a 6. ¿Cuántos números, de cuatro dígitos, poseen estas dos propiedades?

- A) 13 B) 12 C) 10 D) 18 E) 15

Problema 25 Consideremos 200 números naturales. Al principio, todos son iguales a 0. En el primer paso, sumamos 1 a cada 0. En el segundo paso, sumamos 1 a cada número que ocupe una posición múltiplo de 2 comenzando desde la izquierda. En el tercer paso, agregamos 1 a cada número que ocupe una posición que sea múltiplo de 3 y así sucesivamente. ¿Cuál es el número que ocupa la posición 120 después de realizar 200 pasos?

- A) 16 B) 12 C) 20 D) 24 E) 32

Problema 26 En la figura, E es punto medio del lado AB y F es punto medio de lado AD. Si el área del cuadrilátero AECF es 13 cm^2 , ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?



- A) 39 cm^2 B) 26 cm^2 C) 13 cm^2 D) 42 cm^2 E) 52 cm^2

Problema 27 Si la suma de todos los números que pueden ser formados por la permutación de los tres dígitos distintos $0 < a < b < c$ es 1554, ¿cuál es el valor de c?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Problema 28 El número $m = 999\dots 9$ consta de 999 nueves. ¿Cuál es la suma de los dígitos de m^2 ?

- A) 8982 B) 8991 C) 9000 D) 9009 E) 9018

Problema 29 Todos los números enteros del 1 al 10.000 han sido escritos en una pizarra. Si se borran todos los números que no son divisibles entre 5 o entre 11, ¿cuál es el número que aparece en la posición 2004 de la nueva secuencia obtenida?

- A) 1.000 B) 5.000 C) 7348 D) 6545 E) 10.000

Problema 30 El área de la región sombreada es igual a $2\pi \text{ cm}^2$. ¿Cuál es la longitud del segmento AB?

- A) 1cm B) 2cm C) 3cm D) 4cm
E) es imposible de determinar

