Problemas 12

GUÍA PARA ESTUDIANTES

Enunciados y Respuestas

Olimpiada Nacional Juvenil de Matemática
6.º, 7.º, 8.º y 9.º Grado - 1er, 2.º y 3er Año de EM

2da. EDICIÓN
Incluye problemas PISA

El libro **Problemas 12 (2da. Edición)**
es una obra colectiva creada en OMAPA
bajo la dirección de Gabriela Gómez Pasquali,
por el siguiente equipo:

Creación, recopilación y soluciones
de problemas
Rodolfo Berganza Meilicke
Juan Carlos Servián
Ingrid Wagener

Colaboradores
Blas Amarilla
Claudia Montanía
Gabriela Gómez Pasquali
Verónica Rojas Scheffer

En la realización de **Problemas 12 (2da. Edición)**
han intervenido los siguientes especialistas:

Diseño de tapa y diagramación
Aura Zelada
Karina Palleros

Corrección
Carlos Alberto Jara
Claudia Montanía
Verónica Rojas Scheffer
Joel Prieto

Este material contiene problemas de la Olimpiada Nacional Juvenil 2009 y de la Olimpiada Kanguro 2009.

Observación: para la escritura de valores numéricos, escritura de la hora y escritura de las unidades de medida hemos utilizado las Normas Paraguayas 161, 164, 165, 166 y 180 de la Ley N° 15 235 de 1980.

índice

PISA

RESPUESTAS

Presentación

Este libro forma parte de la colección que desarrollamos en OMAPA para acompañar las Olimpiadas, Infantil y Juvenil, de Matemáticas del Paraguay del año 2015. La colección está compuesta por:

- **Problemas 12 (2da. Edición). Manual para Docentes**
  - Problemas y soluciones para estudiantes desde 6.º Grado a 3er Año de Ed. Media
- **Problemas 12 (2da. Edición). Guía para Estudiantes**
  - Problemas y respuestas para estudiantes desde 6.º Grado a 3er Año de Ed. Media
- **Problemitas 7 (2da. Edición). Manual para Docentes**
  - Problemas y soluciones para estudiantes desde 2.º a 6.º Grado
- **Problemitas 7 (2da. Edición). Guía para Estudiantes**
  - Problemas y respuestas para estudiantes desde 2.º a 6.º Grado

Como material adicional, y en concordancia con los estándares internacionales de excelencia académica, incorporamos a nuestros temarios problemas matemáticos que se utilizan en la evaluación PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, por sus siglas en inglés), con el objetivo de que estudiantes y docentes practiquen lo que el mundo considera apropiado, en cuanto a educación matemática para jóvenes de 15 años, y las habilidades que éstos deben desarrollar en aula.

Las Olimpiadas Nacionales de Matemáticas del Paraguay organizadas por OMAPA son torneos entre estudiantes, separados por categorías, que compiten en la resolución de problemas. Participan en forma voluntaria únicamente estudiantes inscriptos en el sistema de educación formal nacional, desde el 2.º Grado hasta el 3er Año. Entre sus objetivos generales se encuentran la promoción de la inclusión social por medio de la difusión de los conocimientos, la contribución al mejoramiento de la calidad de la educación, además del estímulo y la promoción del estudio de la Matemática. Así también, tiene entre sus objetivos específicos ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad de pensamiento lógico y de razonamiento, así como la estimulación de su imaginación y creatividad y fomentar la búsqueda de la excelencia a través de la perseverancia y esfuerzo.

Características del libro

Este libro está organizado por **Niveles**: 1, 2 y 3, que se corresponden con los niveles de las Olimpiadas Matemáticas; por Áreas Generales: La Geometría y la Medida, el Número y las Operaciones, los Datos y la Estadística, y Misceláneas; y por **Grado de Dificultad**: Problemas para el Aula, Problemas Desafiantes y Misceláneas, de modo que los docentes puedan ir seleccionando y graduando el trabajo con sus estudiantes.

Además en esta edición se incluye una sección final con problemas liberados de las pruebas **PISA,** con sus respectivos indicadores de evaluación.

Se describen a continuación los criterios utilizados para la clasificación según grados de dificultad.

Problemas para el Aula

En esta sección hemos incluido los problemas más accesibles. Los hemos denominado *Problemas para el Aula* porque pensamos que serán útiles para todos los docentes, independientemente de su participación en las Olimpiadas. Pueden ser llevados al aula e incluidos como parte de la metodología habitualmente utilizada en las clases normales. Con el enfoque metodológico propuesto se pone el énfasis en desarrollar el pensamiento lógico – matemático de todos los estudiantes y no sólo el de los más talentosos.

Esta sección incluye problemas que permiten trabajar algunas estrategias heurísticas básicas.

Además, estos problemas están seleccionados para que los estudiantes y docentes que se inician en las actividades de las Olimpiadas puedan encontrar un espacio cómodo para comenzar a trabajar en la resolución de problemas.

Problemas Desafiantes

En esta sección hemos incluido aquellos problemas que requieren más trabajo de razonamiento matemático.

Están pensados para perfeccionar a los estudiantes en la resolución de problemas, avanzando más en el conocimiento y aplicación de las estrategias heurísticas que pueda hacer el docente y fijando el objetivo de que los alumnos expliquen por escrito el proceso que han seguido en la resolución de un problema. Digamos que este es el momento oportuno para introducir la idea de la demostración axiomática.

Además dentro de cada una de estas dos secciones, los problemas están agrupados de acuerdo a los contenidos programáticos, siguiendo lo indicado por los programas del MEC.

Miscelánea

Los problemas agrupados en la sección Miscelánea, son problemas en los cuales se puede encontrar más de un área de conocimiento, ya sea por el enunciado del problema o por el procedimiento elegido para su solución. Por ejemplo Geometría y Teoría de Números o problemas de Estrategia. Esta situación es bastante común tanto en la vida diaria como en los problemas de Olimpiadas.

El nivel de dificultad de los problemas no está definido por los contenidos programáticos que en ellos se contempla.

Recomendaciones para el uso del libro

La resolución de problemas *es un proceso* que puede resultar muy placentero pero que requiere *esfuerzo mental*. En el marco de este trabajo entendemos que cuando una cuestión planteada se puede resolver en forma inmediata, ¡tenemos un ejercicio, no un problema!

Debes tomarte tu tiempo. No te desesperes si no encuentras la solución en forma inmediata. Sólo un golpe de suerte o una casualidad te llevará a encontrar la respuesta rápidamente.

Además, ten en cuenta que, aunque no llegues a resolver un problema, hay mucho aprendizaje en los procesos de exploración y en los intentos de solución, que te permitirá consolidar tus conocimientos matemáticos. Si además, luego del esfuerzo realizado logras resolver un problema, experimentarás la satisfacción de saber que has logrado vencer el desafío que ha representado ese problema.

Pautas para la resolución de problemas

En el trabajo en aula, e incluso en Clubes y tutorías, no es aconsejable ver muy pronto la solución de un problema. Lo correcto es trabajar el problema, planear estrategias de solución; invertir tiempo en la búsqueda de la solución. Incluso, antes de ver la solución se recomienda utilizar orientaciones o pistas (si ofrece el problema o el orientador), que permitan seguir trabajando el problema y, luego, en última instancia, analizar con el profesor la solución del mismo. Esperamos que a los chicos y chicas les lleve más de una hora de trabajo la resolución de algunos de los problemas propuestos.

María Luz Callejos, española y doctora en matemática, nos propone en su libro *Un Club Matemático para la Diversidad* unas pautas para la resolución de problemas, que a su vez ha adaptado del libro *Aventuras Matemáticas* del connotado matemático español Miguel de Guzmán. Las trascribimos a continuación y recomendamos que se las aplique en el aula porque son verdaderamente muy útiles.

Primera Fase:
Familiarizarse con el problema

- Lee el problema lentamente, trata de entender todas las palabras.
- Distingue los datos de la incógnita; trata de ver la situación.
- Si puedes, haz un dibujo o un esquema de la situación.
- Si los datos del problema no son cantidades muy grandes, intenta expresar la situación jugando con objetos (fichas, botones, papel, etc.).
- Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagínate el mismo problema con cantidades más pequeñas y haz como dice el punto anterior.
- Si el problema está planteado en forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos.

Segunda Fase
Busca unas cuantas estrategias para solucionar el problema.

Lee la siguiente lista. Te puede ayudar.

- ¿Es semejante a otros problemas que ya conoces?
- ¿Cómo se resuelven éstos? ¿Alguna idea te podría servir?
- Imagínate un problema más fácil para empezar y así animarte.

- Experimenta con casos particulares, ¿te dan alguna pista natural al lenguaje matemático?
- Supón el problema resuelto, ¿cómo se relaciona la situación de partida con la situación final?
- Imagínate lo contrario de lo que quieres demostrar, ¿llegas a alguna conclusión?
- ¿El problema presenta alguna simetría o regularidad?
- ¿Será el caso general más sencillo que el caso particular?

Tercera Fase
Selecciona una de las estrategias y trabaja con ella.

- No te rindas fácilmente.
- No te encapriches con una estrategia. Si ves que no conduce a nada, déjala.
- Si la estrategia que elegiste no va bien, acude a otras de las estrategias que seleccionaste o haz una combinación de ellas.
- Trata de llegar hasta el final.

Cuarta Fase
Reflexiona sobre el resultado obtenido y el proceso seguido.

- ¿Entiendes bien tu solución? ¿Entiendes por qué funciona? ¿Tiene sentido esta solución o es absurda?
- ¿Cómo ha sido tu camino? ¿Dónde te atascaste? ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos?
- ¿Cuáles han sido los momentos de cambio de rumbo? ¿Han sido acertados?
- ¿Sabes hacerlo ahora de manera más sencilla?
- ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales?
- ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean interesantes?

NIVEL 1
6.º y 7.º Grado

La geometría y la medida

Problemas para el Aula

Problema 101 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*

En un cuadrado ABCD, los lados miden 10 cm. E , F , G son puntos medios de los lados AB , CD y AD, respectivamente.

Calcular el área del triángulo EFG.

A) 50 cm^2　　C) 30 cm^2　　E) 20 cm^2

B) 35 cm^2　　D) 25 cm^2　　F) n. d. l. a.

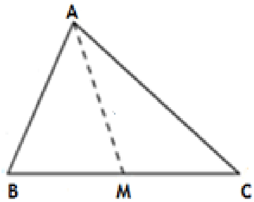
Problema 102 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 6)*

En la recta de la figura, AD = 60 cm , BD = 3 AB , CD = 8 BC. Calcular la medida de BC.

A) 5 cm　　C) 15 cm　　E) 25 cm

B) 10 cm　　D) 20 cm　　F) n. d. l. a.

Problema 103 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*



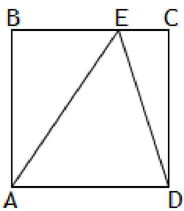
En el triángulo ABC de la figura, AB = 20 cm , AM = 20 cm y AC = 28 cm.

El punto M es el punto medio del lado BC y el perímetro del triángulo AMC es 63 cm. Calcular el perímetro del triángulo ABC.

A) 62 cm　　C) 70 cm　　E) 78 cm

B) 65 cm　　D) 72 cm　　F) n. d. l. a.

Problema 104 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

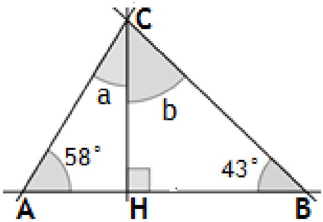


Ariel dibuja el cuadrado ABCD de la figura y luego, dentro del cuadrado dibuja el triángulo AED. El cuadrado ABCD tiene 40 cm de perímetro. Calcular el área del triángulo AED.

A) 100 cm^2　　C) 50 cm^2　　E) 25 cm^2

B) 75 cm^2　　D) 40 cm^2　　F) n. d. l. a.

Problema 105 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 6)*

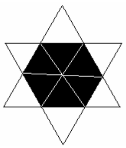


En el triángulo ABC de la figura, CH es una de las alturas.

¿Cuál es el valor de b – a?

A) 47º C) 25º E) 10º
B) 32º D) 15º F) n. d. l. a.

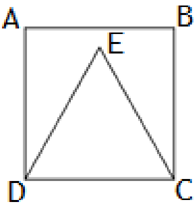
Problema 106 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 3)*



La estrella de la figura está formada por 12 triángulos equiláteros pequeños e iguales. El perímetro de la estrella es 36 cm. ¿Cuánto vale el perímetro del hexágono pintado de negro?

A) 6 cm C) 18 cm E) 30 cm
B) 12 cm D) 24 cm

Problema 107 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 4)*



El triángulo DCE de la figura es equilátero (tiene iguales sus tres lados) y tiene 15 cm de perímetro. ABCD es un cuadrado. Calcular el perímetro del cuadrado.

A) 40 cm C) 20 cm E) 25 cm
B) 50 cm D) 33 cm

Problema 108 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 9)*

Un pentágono regular, un cuadrado y un triángulo equilátero, tienen sus lados de la misma longitud. Si se suman los perímetros de las tres figuras se obtiene 348 cm. Calcular el área del cuadrado.

A) 625 cm^2	C) 729 cm^2	E) 841 cm^2
B) 676 cm^2	D) 784 cm^2	F) n. d. l. a.

Problema 109 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 10)*

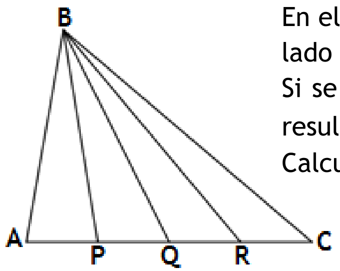
En un triángulo, uno de los ángulos internos mide 150º. ¿Cuál de los siguientes valores puede corresponder a uno de los otros dos ángulos?

A) 10º	C) 45º	E) 55º
B) 30º	D) 50º	F) n. d. l. a.

Problema 110 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 9)*

En un cuadrado ABCD, los lados miden 12 cm cada uno. M es el punto medio del lado BC, N es el punto medio del lado DC y E es el punto medio del lado AB. Calcular el área de la figura EMND.

Problema 111 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 10)*

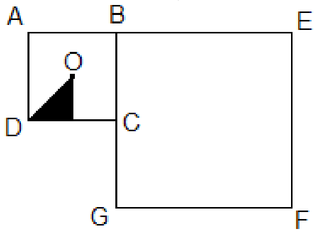


En el triángulo ABC, los puntos P , Q y R dividen al lado AC en cuatro segmentos iguales.

Si se suman las áreas de los triángulos ABQ y PBR resulta 104 cm^2.

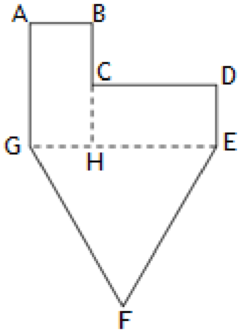
Calcular el área del triángulo ABC.

Problema 112 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 1)*



En la figura de la izquierda ABCD y BEFG son cuadrados.
O es el centro del cuadrado ABCD y C es el punto medio del lado BG.
El área de la figura pintada de negro es 4 cm^2.
Calcular el área de la figura AEFGCD.

Problema 113 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 4)*

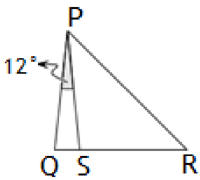


Los rectángulos ABHG y CDEH son iguales y el triángulo EFG es equilátero.

El perímetro del rectángulo ABHG es 48 cm. Además HE = 2 HG.

Calcular el perímetro de la figura ABCDEFG.

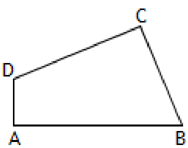
Problema 114 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 11)*



En la figura de la izquierda, los puntos Q, S, R están en línea recta, $\angle QPS = 12°$ y PQ = PS = RS. ¿Cuánto vale el ángulo QPR?

A) 36° C) 42° E) 84°
B) 60° D) 54°

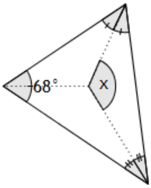
Problema 115 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 14)*



Las medidas de los lados del cuadrilátero ABCD son: AB = 11, BC = 7, CD = 9 y DA = 3. Además, los ángulos A y C son rectos. ¿Cuánto vale el área de este cuadrilátero?

A) 30 C) 44 E) 52
B) 60 D) 48

Problema 116 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 20)*



Un triángulo tiene un ángulo de 68°. Las tres bisectrices de sus ángulos han sido dibujadas. ¿Cuántos grados mide el ángulo x?

A) 136º C) 128º E) 120º
B) 132º D) 124º

Problema 117 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 9)*

Un rectángulo ABCD tiene 18 cm de perímetro. La medida de cada uno de los lados es un número entero. ¿Cuántos valores puede tener el lado AB?

A) 4 C) 6 E) 10
B) 5 D) 8

Problemas para el Aula

Problema 118 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 4)*

La temperatura desciende 0,65 °C por cada 100 metros que nos elevamos sobre la superficie terrestre. Si al nivel del suelo tenemos una temperatura de 25 °C, ¿cuál sería la temperatura que podemos esperar en la cumbre de un cerro de 1 200 m de altura?

A) 78 °C	C) 7,8 °C	E) 17,2 °C
B) 10,8 °C	D) 3,4 °C	F) n. d. l. a.

Problema 119 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

Un meteorito de 80 000 kg de peso entra en la atmósfera terrestre. Al entrar, la cuarta parte del meteorito se desprende y rebota en la atmósfera retornando al espacio (no entrando en la atmósfera).

Lo restante entra en la atmósfera y llega a la Tierra. ¿Cuánto pesa la parte del meteorito que colisiona con la Tierra?

A) 60 000 kg	C) 40 000 kg	E) 20 000 kg
B) 50 000 kg	D) 30 000 kg	F) n. d. l. a.

Problema 120 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*

Al llegar a la atmósfera terrestre, de un meteorito de 60 000 kg de peso, se desprende un pedazo de 20 000 kg que retorna al espacio. ¿Qué fracción del meteorito original entra a la atmósfera?

A) $\frac{1}{3}$	C) $\frac{3}{4}$	E) $\frac{2}{5}$
B) $\frac{2}{3}$	D) $\frac{1}{4}$	F) n. d. l. a.

Problema 121 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

Nico y Tomás escalaron un cerro y se dieron cuenta que por cada 100 metros que subían, la temperatura bajaba 0,65 º C. Si a los 2 000 metros de altura la temperatura era de 21 º C, ¿cuál era la temperatura a nivel del suelo?

A) 21 º C C) 26 º C E) 42 º C
B) 24 º C D) 34 º C F) n. d. l. a.

Problema 122 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 2)*

El Mauna Kea es la montaña más alta de la Tierra y mide 10 000 m de altura. La montaña más alta de Marte mide 24 km de altura. ¿Qué fracción de la montaña más alta de Marte es la montaña más alta de la Tierra?

Problema 123 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 7)*

¿Cuántos números enteros positivos de 4 cifras se pueden dividir exactamente entre 1 200?

Problema 124 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 8)*

La presión de la atmósfera en Venus es 68 400 mm Hg (milímetros de mercurio). En la tierra esa presión es 760 mm Hg. ¿Cuántas veces menor es la presión de la atmósfera en la tierra, comparada con la de Venus?

Problema 125 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 1)*

¿Cuál de los siguientes números es par?

A) 2 009 C) $200 - 9$ E) 200×9
B) $2 + 0 + 0 + 9$ D) $200 + 9$

Problema 126 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 15)*

Al inicio de las clases María, Vicky y Olga fueron a una librería. Cada una compró tres cuadernos, dos escuadras y cinco marcadores. ¿Cuál de las siguientes pudo ser la cuenta total que pagaron?

A) 39 200 G C) 38 200 G E) 37 200 G
B) 35 200 G D) 36 200 G

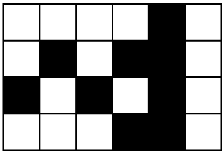
Problema 127 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 1)*

¿Cuánto se obtiene si se suma 200 veces 7 con 300 veces 8?

A) 3 000 C) 3 800 E) 5 200

B) 3 600 D) 4 800

Problema 128 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 2)*



¿Cuántos cuadraditos blancos debe pintar Mabel de negro, para que la cantidad de cuadraditos negros sea los $\frac{3}{4}$ del total de cuadraditos?

A) 8 C) 10 E) 12

B) 9 D) 11

Problema 129 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 5)*

Elena tiene una colección de monedas. En total ella tiene 2 009 monedas. Si hace montones con 6 monedas en cada montón, ¿cuántas monedas le sobran?

A) 1 C) 3 E) 5

B) 2 D) 4

Problema 130 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 6)*

Si un número A se divide entre 209 se obtiene 101 y de resto 1. ¿Cuál es el valor de A?

A) 311 C) 21 110 E) 21 011

B) 10 209 D) 21 210

Problema 131 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 7)*

Un albañil coloca las baldosas de una habitación en 4 días. ¿Cuántos días necesitarán 3 albañiles para colocar las baldosas de 3 habitaciones iguales a la primera?

A) 2 días C) 4 días E) 12 días

B) 3 días D) 6 días

Problema 132 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 8)*

¿Cuál es el mayor número con todas sus cifras pares que es menor que 7 000?

A) 6 988 C) 6 898 E) 6 868

B) 6 888 D) 6 468

Problema 133 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*

La suma de cinco números enteros consecutivos es 135. Hallar el número mayor.

A) 27
B) 29
C) 30
D) 31
E) 32
F) n. d. l. a.

Problema 134 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*

La profesora de Elena les da a sus alumnos la siguiente tarea: **Deben encontrar cuál es el menor número natural que se debe sumar a 145 para que el resultado obtenido sea divisible entre 20**.

Elena logra resolver el problema. ¿Cuál es la respuesta de Elena?

A) 10
B) 15
C) 35
D) 40
E) 55
F) n. d. l. a.

Problema 135 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 4)*

Si Juana tiene 20 000 G más que María, ¿cuántos guaraníes debe dar Juana a María, para que ambas tengan la misma cantidad?

A) 20 000 G
B) 15 000 G
C) 10 000 G
D) 5 000 G
E) 12 000 G
F) n. d. l. a.

Problema 136 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*

La temperatura superficial promedio de la Tierra es 15 º C y la de Venus, a pesar de estar más lejos del Sol que Mercurio, es de 303 º C más que la temperatura superficial promedio de Mercurio. Este planeta a su vez tiene 164 º C más que la de la Tierra. ¿Cuál es la temperatura superficial promedio de Venus?

A) 150 º C
B) 179 º C
C) 254,75 º C
D) 330,5 º C
E) 482 º C
F) n. d. l. a.

Problema 137 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 11)*

La profesora de Miguel pide a sus alumnos que busquen la fracción que se debe sumar a $\frac{7}{11}$ para obtener como resultado $\frac{9}{13}$

Después de encontrar esa fracción los alumnos deben sumar el numerador y el denominador de la misma. Miguel resuelve correctamente el problema. ¿Qué resultado encontró Miguel?

A) 151	C) 135	E) 117
B) 148	D) 122	F) n. d. l. a.

Problema 138 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 13)*

Rafael está leyendo un libro cuyas páginas están numeradas desde el 1 en adelante:

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , …

Él cuenta solamente las páginas que son múltiplos de 6 y encuentra 23 de estas páginas.

¿Cuál es la mayor cantidad de páginas que puede tener el libro?

A) 138	C) 144	E) 137
B) 143	D) 145	F) n. d. l. a.

Problema 139 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 15)*

Ariel y Belén tienen juntos 10 figuritas. La mitad de lo que tiene Ariel equivale a la tercera parte de lo que tiene Belén. ¿Cuántas figuritas tiene Ariel?

A) 2	C) 4	E) 7
B) 3	D) 6	F) n. d. l. a.

Problema 140 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 16)*

Un número N de cuatro cifras se forma sumando 4 a un múltiplo de 5. Calcular la suma de las cifras del mayor valor de N.

A) 27	C) 35	E) 90
B) 30	D) 36	F) n. d. l. a.

Problema 141 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 1)*

El señor Pablo tiene 34 años, 16 años más que la suma de las edades de sus dos sobrinos. Si uno de los sobrinos tiene doble edad que el otro, ¿cuál es la edad del sobrino mayor?

Problema 142 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 3)*

El triple de la edad de Elena, más el doble de su edad, aumentada en 6 años es igual a 91 años.
Calcular la edad de Elena.

Problema 143 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 4)*

Elena ve en la pizarra la siguiente lista de números y la profesora les explica que se escribieron siguiendo una cierta regla. Elena escribe dentro del cuadrado el número que sigue en la lista. ¿Qué número escribió Elena?

$$2 \ , \ 4 \ , \ 6 \ , \ 10 \ , \ 16 \ , \ 26 \ , \ \square$$

Problema 144 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 5)*

María pregunta en una liquidación el precio de polleras y blusas. Le responden que 2 polleras y 5 blusas cuestan en total 249 000 G.
Si cada blusa cuesta 33 000 G más que una pollera, ¿cuánto debe pagar para comprar una pollera y una blusa?

Problema 145 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 6)*

Beatriz tiene en una bolsa cinco bolillas numeradas del 1 al 5. Sin mirar, Beatriz saca tres bolillas y suma los números que figuran en las mismas.
¿Cuántas sumas diferentes puede obtener Beatriz?

Problema 146 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 2)*

A un número entero positivo le llamamos “SUPERCUATRO”, cuando la suma de sus cifras es 4 (por ejemplo 4 , 103 , 1 111).
Encontrar el menor número entero positivo que tenga al menos cinco divisores positivos “SUPERCUATRO” distintos.

Problema 147 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 3)*

Carlos es el triple de rápido que Emilio. Si juntos pueden hacer un trabajo en 12 días, ¿cuánto tiempo le tomaría a Carlos hacer solo el mismo trabajo?

Problema 148 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 5)*

Paola debe escribir los dígitos del 1 al 9 en secuencia (en un cierto orden, sin repetirlos y sin que falte ninguno), de forma tal que los números determinados por cualesquiera de dos dígitos consecutivos de la secuencia sean divisibles por 7 ó por 13.
Por ejemplo, para el número 263: $26 = 13 \times 2$, $63 = 7 \times 9$.
¿Cuál es la secuencia encontrada por Paola?

Problema 149 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 2)*

Las habitaciones de un hotel están numeradas con tres dígitos. El primer dígito indica el piso y los dos dígitos siguientes, el número de la habitación. Por ejemplo: 125 indica la habitación 25 del primer piso. Si el hotel tiene tres pisos y en cada piso hay 35 habitaciones (ejemplo: 101 a 135 en el primer piso), ¿cuántas veces se usara el dígito 2 para numerar todas las habitaciones?

A) 105 C) 95 E) 60
B) 77 D) 65

Problema 150 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 4)*

Escribiendo el número 2009, 2009 veces , se forma una larga secuencia de dígitos (cifras): 20092009 … 20092009
¿Cuánto da la suma de los dígitos impares que son seguidos inmediatamente por un dígito par?

A) 18 072 C) 4 018 E) 18 081
B) 2 D) 9

Problema 151 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 5)*

El producto de cuatro números enteros positivos y distintos es 100. ¿Cuánto vale su suma?

A) 10 C) 18 E) 20
B) 12 D) 15

Problema 152 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 3)*

Ariel tiene 23 900 G y Ana tiene 4 900 G. ¿Cuántos guaraníes tiene que darle Ariel a Ana para que Ariel tenga el triple de dinero que Ana?

A) 4 100 G
B) 3 200 G
C) 2 300 G
D) 2 100 G
E) 1 600 G

Problema 153 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 10)*

En una excursión viajan 330 personas. En el ómnibus grande viajan 50 personas más que en el ómnibus chico. ¿Cuántas personas viajan en el ómnibus grande?

A) 120
B) 130
C) 140
D) 160
E) 190

Problema 154 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 11)*

En un campo hay una plantación con 1 830 plantas de zanahoria. En el campo vive una pareja de conejos. Si cada conejo come por día una zanahoria y media y cada 90 días el número de conejos se cuadruplica, ¿para cuántos días alcanzará la plantación de zanahorias?

A) 140
B) 150
C) 160
D) 174
E) 190

Problema 155 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 13)*

El promedio de tres números es 2 009 y uno de los números también es 2 009. Calcular la suma de los otros dos números:

A) 4 008
B) 4 010
C) 4 018
D) 4 020
E) 4 028

Problema 156 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 14)*

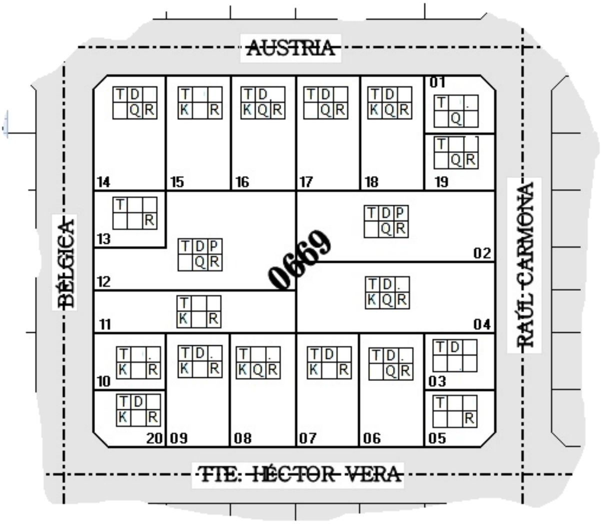
En una lista de 13 números enteros consecutivos hay 7 números pares y 5 números que son múltiplos de 3. ¿Cuál es la mayor cantidad de múltiplos de 6 que puede tener la lista?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

Los datos y la Estadística

Problemas para el Aula

Problema 157



En la figura se ve el plano de la manzana N.º 0669, con 20 casas.

En el plano se ubicaron algunos aparatos electrodomésticos en cada casa.

T: Televisión
D: DVD
P: Antena parabólica
K: Televisión por cable
Q: Computadora
R: Radio

Organizar los datos en una tabla de frecuencias.

Problema 158

Observar la siguiente tabla con datos del año 2012 y construir un gráfico circular que represente la cantidad de habitantes de los departamentos de la región occidental.

	Departamento	Población
Capital		515 587
1	Concepción	189 929
2	San Pedro	360 094
3	Cordillera	282 981
4	Guairá	198 032
5	Caaguazú	483 048
6	Caazapá	151 415
7	Itapúa	545 924
8	Misiones	118 798
9	Paraguarí	239 633
10	Alto Paraná	785 747
11	Central	2 221 180
12	Ñeembucú	84 123
13	Amambay	125 611
14	Canindeyú	191 447
15	Presidente Hayes	106 826
16	Alto Paraguay	11 151
17	Boquerón	61 107
Total		6 672 633

Problema 159

Observar la tabla con datos del año 2012:

	Departamento	Población
Capital		515 587
1	Concepción	189 929
2	San Pedro	360 094
3	Cordillera	282 981
4	Guairá	198 032
5	Caaguazú	483 048
6	Caazapá	151 415
7	Itapúa	545 924
8	Misiones	118 798
9	Paraguarí	239 633
10	Alto Paraná	785 747
11	Central	2 221 180
12	Ñeembucú	84 123
13	Amambay	125 611
14	Canindeyú	191 447
15	Presidente Hayes	106 826
16	Alto Paraguay	11 151
17	Boquerón	61 107
TOTAL		6 672 633

Determinar la frecuencia relativa porcentual de los habitantes de Asunción, del Departamento Central y de Alto Paraguay.

Problema 160

La siguiente es una tabla corresponde a la población de los países del Mercosur.

PAÍS	CANTIDAD DE HABITANTES
Argentina	40 117 096
Brasil	193 946 886
Paraguay	6 672 633
Uruguay	3 368 595

¿Cuál es la diferencia entre frecuencia relativa porcentual de la población del Brasil con la frecuencia relativa porcentual de la población del Paraguay?

Problema 161

Comparar el resultado obtenido en el problema anterior con el siguiente planteamiento:
"¿Qué tanto por ciento más es la población de Brasil con respecto a la población del Paraguay?"

Problema 162

Construir un gráfico circular que compare la superficie del departamento de la región occidental con la mayor superficie con el departamento de la región oriental con la mayor superficie.

Departamento	Superficie en km^2
Capital	117
Concepción	18 051
San Pedro	20 002
Cordillera	4 948
Guairá	3 846
Caaguazú	11 474
Caazapá	9 496
Itapúa	16 525
Misiones	9 556
Paraguarí	8 705
Alto Paraná	14 895
Central	2 465
Ñeembucú	12 147
Amambay	12 939
Canindeyú	14 667
Presidente Hayes	72 907
Alto Paraguay	82 349
Boquerón	91 669
TOTAL	406 752

Problema 163

La tabla muestra la cantidad de accidentes de tránsito por año.

Año	Cantidad de accidentes
2003	7 100
2004	7 393
2005	7 764
2006	7 572
2007	7 616

(Fuente: Policía Municipal de Tránsito de Asunción)

Construir un gráfico de líneas.

Problema 164

Leer atentamente el siguiente párrafo:

"Uno es al mismo tiempo muchos, quizá demasiados.
Y muchas veces es ninguno. Irónica reflexión para alguien como yo; alguien que, desde que tiene algún entendimiento, lo siente enredado en los números"

Hacer un gráfico de barras horizontales de la cantidad de vocales, una barra para cada vocal.

Problema 165

Según la Dirección de Censos y Estadísticas Agropecuarias del Ministerio de Agricultura y Ganadería del Paraguay, tenemos los siguientes datos.

Cultivos Temporales		
Año	Algodón	Mandioca
2006	245 000 kg	300 000 kg
2007	110 000 kg	300 000 kg

¿Cuál de los siguientes gráficos representa esos datos?

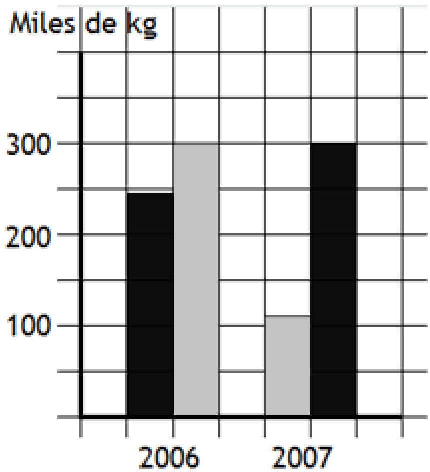


Gráfico 1

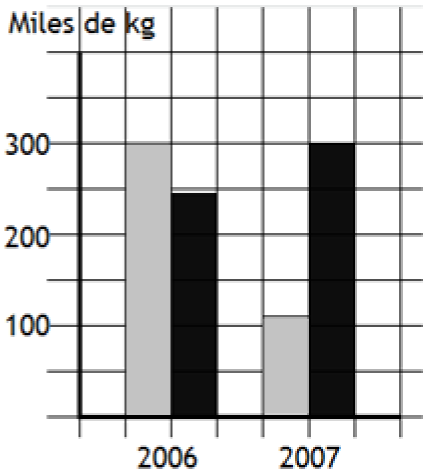


Gráfico 2

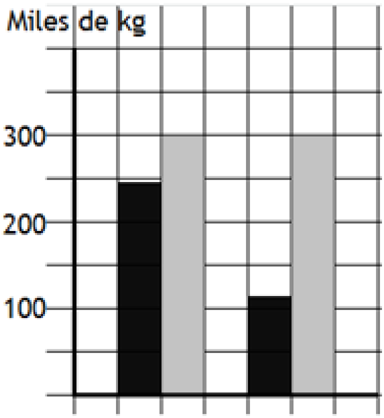


Gráfico 3

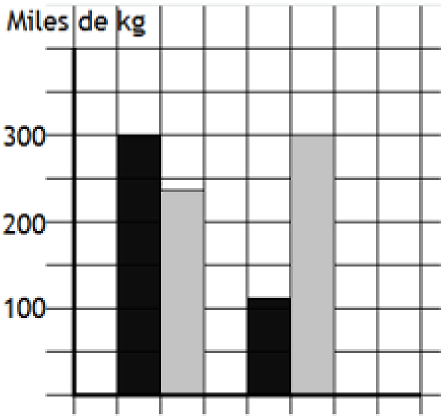


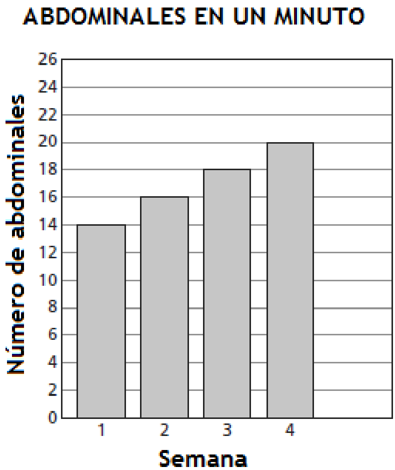
Gráfico 4

Las barras grises corresponden a la mandioca y las negras al algodón.

Problema 166

Dani está practicando abdominales. El gráfico de barras muestra el número de abdominales que puede completar en un minuto durante un período de cuatro semanas.

Si el patrón continúa durante una semana más, ¿cuántos abdominales podrá completar Dani en un minuto en la 5.ª semana?



Problema 167 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

Teniendo en cuenta las claves dadas a continuación, encontrar el valor que corresponde al signo **?**.

♦ + ♣ = 20 ; ♥ + ♦ = 17

♦ + ♣ + ♥ = 29 ; ♥ + ♣ = ?

A) 16	C) 21	E) 27
B) 19	D) 25	F) n. d. l. a.

Problema 168 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*

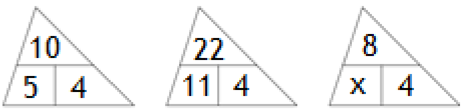
Alicia inventa una regla para escribir números y resulta la siguiente lista:

11 , 14 , 19 , 22 , 27 , 30 , 35 , …

¿Cuál de los siguientes números está en la lista de Alicia?

A) 68	C) 76	E) 81
B) 70	D) 79	F) n. d. l. a.

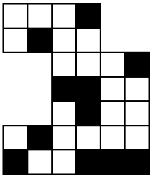
Problema 169 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*



Lorena completa con números los triángulos de la figura, siguiendo una regla secreta.
Según esa regla, ¿qué valor colocará en el lugar de la X?

A) 3	C) 5	E) 7
B) 4	D) 6	F) n. d. l. a.

Problema 170 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 12)*



La extraña cuadrícula de la figura está formada por cuadraditos iguales.
El área de la superficie pintada es 44 cm^2.
Calcular el perímetro de la cuadrícula.

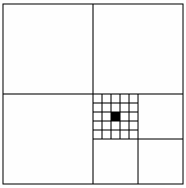
A) 54 cm C) 58 cm E) 62 cm
B) 56 cm D) 60 cm F) n. d. l. a.

Problema 171 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 14)*

La profesora de Nilda pide a sus alumnos que construyan rectángulos de 360 cm^2 de área y que tengan como medida de sus lados un número entero de centímetros. ¿Qué cantidad de rectángulos diferentes pueden encontrar Nilda y sus compañeros? (Por ejemplo, un rectángulo 1 × 3 es lo mismo que un rectángulo 3 × 1)

A) 6 C) 8 E) 12
B) 7 D) 10 F) n. d. l. a.

Problema 172 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 6)*



El área del cuadrado grande es 1. ¿Cuánto vale el área del pequeño cuadrado negro?

A) $\frac{1}{100}$ C) $\frac{1}{200}$ E) $\frac{1}{300}$
B) $\frac{1}{500}$ D) $\frac{1}{400}$

Problema 173 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 7)*

En una habitación hay gatos y perros. El número de patas de los gatos es el doble del número de narices de los perros. Por lo tanto, el número de gatos es:

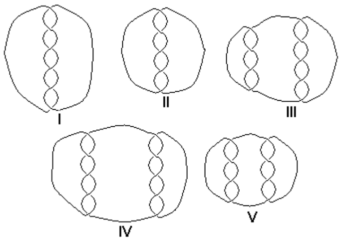
A) el doble del número de perros
B) igual al número de perros
C) un cuarto del número de perros
D) cuatro veces el número de perros
E) la mitad del número de perros

Problema 174 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 8)*

En un ascensor pueden subir 12 adultos o 20 niños. ¿Cuántos niños pueden subir como máximo en un ascensor con 9 adultos?

A) 3 C) 5 E) 8
B) 4 D) 6

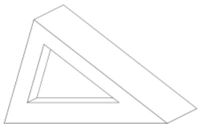
Problema 175 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 9)*



¿Para formar cuáles de los siguientes lazos se necesita más de un trozo de cuerda?

A) I , III , IV y V
B) I , III y V
C) III , IV y V
D) en todos
E) en ninguno

Problema 176 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 10)*



¿Cuántas caras tiene el sólido que aparece en la figura? (es un prisma con un agujero).

A) 3 C) 5 E) 6
B) 8 D) 12

Problema 177 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 12)*

En una fiesta había 4 niños y 4 niñas. Los niños bailaron sólo con niñas y las niñas sólo con niños. Finalizada la fiesta, les preguntamos a todos, con cuántos bailó cada uno. Los niños dijeron: 3, 1, 2, 2. Tres de las niñas dijeron: 2, 2, 2. ¿Qué número respondió la cuarta niña?

A) 2 C) 1 E) 3
B) 0 D) 4

Problema 178 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 13)*

Un agente secreto quiere descubrir un código de 6 dígitos. Sabe que la suma de los dígitos de las posiciones pares es igual a la suma de los dígitos de las posiciones impares (por ejemplo, el código de 6 dígitos puede ser 5 9 8 3 0 1). ¿Cuál de los siguientes números podría ser el código?

A) 12*9*8 C) 7*727* E) 181*2*
B) 81**61 D) 4*4141

Problema 179 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 16)*

Nicolás midió los 6 ángulos de dos triángulos, uno acutángulo y el otro obtusángulo. Si ahora recuerda cuatro de los ángulos: 120°, 80°, 55° y 10°. ¿Cuánto vale el menor de los ángulos del triángulo acutángulo?

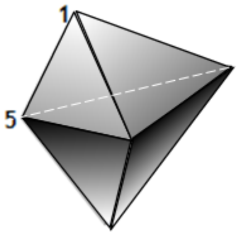
A) 5º C) 45º E) imposible determinar
B) 10º D) 55º

Problema 180 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 17)*

En una isla de nobles y mentirosos, 25 personas están paradas formando una fila. Todos, excepto la primera persona que está en la fila, dijeron que la persona que tenían delante de ellos en la fila era un mentiroso. La persona que estaba primero en la fila dijo que todos los que estaban parados detrás de él eran mentirosos. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila? (Los nobles siempre dicen la verdad, los mentirosos siempre mienten).

A) 0 C) 12 E) imposible determinar
B) 24 D) 13

Problema 181 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 18)*



La figura muestra un cuerpo formado por seis caras triangulares. En cada vértice hay un número. Para cada cara consideramos la suma de sus tres vértices. Si todas las sumas tienen el mismo resultado y dos de los números son 1 y 5, como se muestra la figura, ¿a qué es igual la suma de los cinco números?

A) 12 C) 9 E) 18
B) 17 D) 24

Problema 182 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 19)*

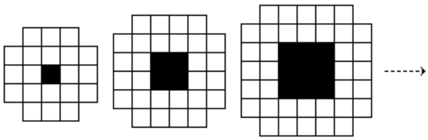
Las siguientes son cuatro afirmaciones acerca de un número natural N:

N es divisible por 5
N es divisible por 11
N es divisible por 55
N es menor que 10

Si sabemos que dos de las afirmaciones son verdaderas y dos son falsas, ¿cuál es el valor de N?

A) 0 C) 55 E) 10
B) 5 D) 11

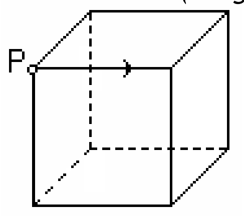
Problema 183 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 21)*



A la izquierda se presentan los primeros tres diseños de una secuencia. Sin considerar el agujero cuadrado del centro, ¿cuántas unidades cuadradas se necesitan para dibujar el décimo diseño de la secuencia?

A) 76 C) 92 E) 84
B) 100 D) 80

Problema 184 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 22)*

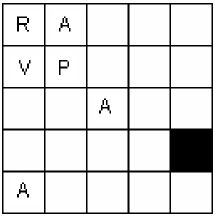


A partir del punto P, nos movemos a lo largo de las aristas, comenzando en el sentido de la flecha (ver dibujo). En el punto final de la primera arista, debemos decidir si ir hacia la derecha o la izquierda. En el punto final de la segunda, nuevamente decidimos por la derecha o la izquierda; y así, sucesivamente.

Elegimos alternadamente, entre ambas direcciones (derecha o izquierda). La distancia recorrida para retornar por primera vez a P equivale a:

A) 2 aristas C) 4 aristas E) 9 aristas
B) 12 aristas D) 6 aristas

Problema 185 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 23)*



Queremos colorear los cuadrados de la grilla usando los colores Rojo (R), Amarillo (A), Verde (V) y Púrpura (P) de tal modo que los cuadrados vecinos no tengan el mismo color (los cuadrados que comparten un vértice o un lado se consideran vecinos). Algunos cuadrados han sido coloreados como se muestra. ¿Cuáles son las posibilidades para el cuadrado pintado?

A) sólo A
B) sólo P
C) sólo V
D) V o P
E) imposible determinar

Problema 186 *(Kanguro 2009 – Cadete – Problema 24)*

Para cada examen, la calificación puede ser 0, 1, 2, 3, 4 ó 5. Después de cuatro exámenes, el promedio de María es 4. Una de las cinco afirmaciones, es necesariamente **FALSA**, ¿cuál es?

A) María sólo obtuvo calificación 4
B) María obtuvo calificación 3, exactamente dos veces.
C) María obtuvo calificación 1, exactamente una vez.
D) María obtuvo calificación 4, exactamente dos veces.
E) María obtuvo calificación 3, exactamente tres veces.

Problema 187 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 12)*

Un vaso equivale a la mitad de una jarra y 3 cucharas equivalen a la mitad de un vaso. ¿A cuántas cucharas equivalen 2 jarras?

A) 24
B) 48
C) 12
D) 36
E) 72

Problema 188 *(Validación Kanguro 2009 – Cadete – Problema 15)*

Se tienen cuatro tarjetas con números, ordenadas de la siguiente manera: 4 , 3 , 2 , 1.

Se quiere reordenarlas de modo que queden en el orden:

1 , 2 , 3 , 4.

Para ello, se puede cambiar el orden de dos tarjetas que están una al lado de otra. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos necesarios?

A) 3 C) 6 E) 10

B) 4 D) 8

NIVEL 2
8.º y 9.º Grado

Problemas para el Aula

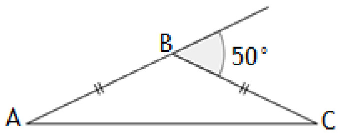
Problema 201 *(1ª Ronda Colegial 2008 – Problema 1)*

En un triángulo ABC, el punto M pertenece al lado BC y se cumple que $\angle ABC = 58°$ y $\angle AMC = 68°$.

Hallar la medida de $\angle BAM$.

A) 8° C) 20° E) 34°
B) 12° D) 22° F) n. d. l. a.

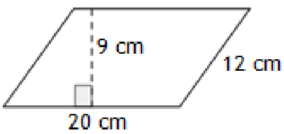
Problema 202 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*



En el triángulo ABC de la figura, AB = BC. ¿Cuál de los siguientes valores puede ser la medida de uno de los ángulos internos del triángulo?

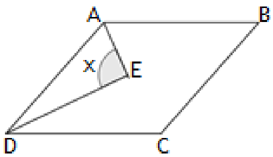
A) 20° C) 40° E) 140°
B) 35° D) 100° F) n. d. l. a.

Problema 203 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 1)*



En el paralelogramo de la figura, los lados miden 20 cm y 12 cm. La altura correspondiente al lado de 20 cm es 9 cm.
Calcular la altura que corresponde al lado de 12 cm.

Problema 204 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 5)*



En el paralelogramo de la figura, AE y DE son bisectrices.
Calcular la medida del ángulo x.

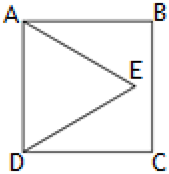
Problema 205 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 2)*

Un rectángulo ABCD tiene 18 cm de perímetro. La medida de cada uno de los lados es un número entero. ¿Cuántos valores puede tener el lado AB?

A) 4 C) 6 E) 10

B) 5 D) 8

Problema 206 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 5)*



En la figura, ABCD es un cuadrado y AED es un triángulo equilátero. El perímetro del cuadrado es 40. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ADE?

A) 10 C) 30 E) 15

B) 20 D) 25

Problema 207 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 6)*

En un triángulo ABC, $B\hat{A}C = 62°$, $A\hat{C}B = 38°$. Se trazan la altura y la bisectriz correspondiente al ángulo ABC. ¿Cuánto mide el ángulo entre la bisectriz y la altura?

A) 10° C) 13° E) 18°

B) 12° D) 15°

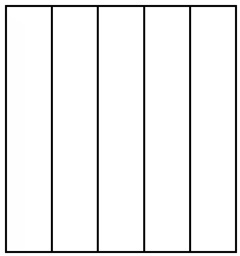
Problema 208 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*

En un triángulo ABC, AC = 20 cm. M es el punto medio del lado BC.

El área del triángulo ABM es 50 cm^2. Calcular la distancia del vértice B al lado AC.

A) 10 cm C) 12 cm E) 20 cm
B) 8 cm D) 15 cm F) n. d. l. a.

Problema 209 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*



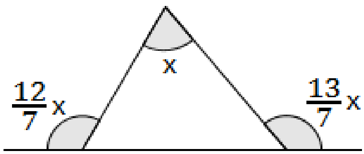
El cuadrado de la figura se ha dividido en 5 rectángulos de igual área.

El perímetro de cada uno de los rectángulos es 84 cm.

El perímetro del cuadrado es:

A) 35 cm C) 140 cm E) 350 cm
B) 70 cm D) 280 cm F) n. d. l. a.

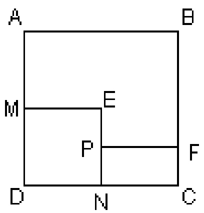
Problema 210 *(2ª Ronda Colegial 2009 - Problema 4)*



Calcular el valor de x en el triángulo de la figura.

A) 50° C) 80° E) 90°
B) 70° D) 85° F) n. d. l. a.

Problema 211 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*



En la figura ABCD y MEND son cuadrados y PFCN es un rectángulo. M , N y P son puntos medios.

El perímetro de la figura MEPFCD es 48 cm.

Hallar el área del cuadrado ABCD.

A) 64 cm^2 C) 144 cm^2 E) 256 cm^2
B) 100 cm^2 D) 196 cm^2 F) n. d. l. a.

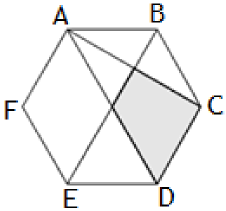
Problema 212 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 13)*

En la recta de la figura, AD = 60 cm, BD es el triple de AB y CD es 8 veces BC.

Calcular la medida de BC.

A) 5 cm C) 15 cm E) 25 cm
B) 10 cm D) 20 cm F) n. d. l. a.

Problema 213 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 14)*

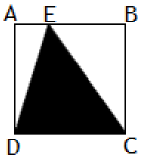


El hexágono de la figura es regular. Tiene un área de 276 cm^2.

Calcular el área de la superficie pintada de gris.

A) 23 cm^2 C) 69 cm^2 E) 115 cm^2
B) 46 cm^2 D) 92 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 214 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 3)*



En el cuadrado de la figura, EB = 2 AE y la superficie pintada mide 72 cm^2.

Calcular el área del triángulo ADE.

Problema 215 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 10)*

En un cuadrado ABCD de 4,8 cm de perímetro, M es un punto del lado AB tal que MB = 2 AM, N es un punto del lado BC tal que BN = NC y P es un punto del lado AD tal que PD = 3 AP.

Calcular el área de la figura PMNCD.

Problema 216 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 2)*

En un triángulo ABC, $A\overset{\angle}{B}C = 57^\circ$. En el lado BC está ubicado el punto E y en el lado AC el punto D, tales que:

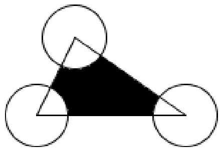
BE = AE = DE = CD

Calcular la medida de $A\overset{\angle}{C}B$.

Problema 217 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 4)*

En un triángulo ABC, se trazan las medianas AM y CN. P es el punto medio de AM y Q es el punto medio de CN. Si PQ = 10 cm, calcular la medida del lado AC.

Problema 218 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 9)*

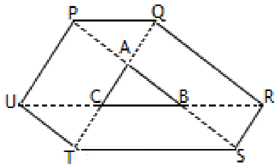


El área del triángulo de la figura es 80 m^2 y el radio de los círculos centrados en los vértices es 2 m. ¿Cuál es la medida, en m^2, del área pintada de negro?

A) 76 C) $40 - 4\pi$ E) 78π

B) $80 - 2\pi$ D) $80 - \pi$

Problema 219 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 21)*



Los lados del triángulo ABC se continúan en ambos sentidos hasta los puntos P, Q, R, S, T y U, de modo que PA = AB = BS, TC = CA = AQ y UC = CB = BR. Si el área de ABC es 1, ¿cuánto vale el área del hexágono PQRSTU?

A) 10 D) 12

B) 13 E) no hay suficiente información

C) 9

Problema 220 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 22)*

¿Qué parte del cuadrado mayor está pintada?

A) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi+2}{16}$ E) $\frac{\pi}{4}$

B) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$

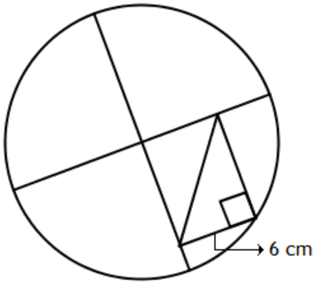
Problema 221 *(Validación Kanguro 2009 - Junior – Problema 9)*

En un triángulo equilátero ABC de 80 cm^2 de área, P es el punto medio del lado AB y Q es el punto medio del lado BC. ¿Cuál es el área del triángulo AQP?

A) 60 cm^2 C) 30 cm^2 E) 10 cm^2

B) 40 cm^2 D) 20 cm^2

Problema 222 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 14)*



La circunferencia de la figura mide 20 π cm. Calcular el área del triángulo rectángulo.

A) 12 cm^2

B) 12 π cm^2

C) 24 cm^2

D) 24 π cm^2

E) 36 cm^2

El número y las operaciones – Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 223 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

El producto de dos números es 2 100. Uno de los números es 75. Determinar de cuál de los siguientes números primos es múltiplo el otro número.

A) 3	C) 7	E) 13
B) 5	D) 11	F) n. d. l. a.

Problema 224 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*

El radio del asteroide Vesta es 262 km. El radio del asteroide Vesta es 9,5 veces menor que el radio del planeta Mercurio. Calcular el diámetro de Mercurio.

A) 24 400 km	C) 244 km	E) 488 km
B) 2 440 km	D) 4 978 km	F) n. d. l. a.

Problema 225 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*

En la superficie de Marte la temperatura alcanza 10 º C en un día cálido y -75 º C por la noche. Calcular la diferencia de temperatura en la superficie de Marte entre el día y la noche.

A) 65 º C	C) 85 º C	E) - 75 º C
B) 75 º C	D) - 65 º C	F) n. d. l. a.

Problema 226 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

La suma de cinco números enteros consecutivos es 135. Hallar el número mayor.

A) 27	C) 30	E) 32
B) 29	D) 31	F) n. d. l. a.

Problema 227 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

En la superficie de la Luna la temperatura durante el día es de 139º C. Por la noche la temperatura desciende, bajando 323º C. ¿Cuál es la temperatura en la superficie de la Luna por la noche?

A) 323º C	C) 184º C	E) -253,5º C
B) - 323º C	D) -184º C	F) n. d. l. a.

Problema 228 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*

La gravedad en el ecuador de la Tierra es 9,8 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ y la de Mercurio es 2,8 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Si el peso de un objeto es directamente proporcional al valor de la gravedad y un objeto pesa en Mercurio 70 kg, ¿cuál será su peso en la Tierra?

A) 264 kg C) 98 kg E) 20 kg
B) 245 kg D) 66 kg F) n. d. l. a.

Problema 229 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 16)*

10	**3**
13	7
20	6

A	**B**
78	24

En una tabla de 3 x 2, están escritos los números 10 y 3 en la primera fila. Cada fila siguiente contiene la suma y la diferencia de los números escritos en la fila anterior (mira la figura como un ejemplo). La otra tabla de 3 x 2 se completa de la misma manera, y en la última fila están 78 y 24.

¿Cuál es el valor de (A + B)?

A) 78 C) 27 E) 39
B) 51 D) 24 F) n. d. l. a.

Problema 230 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 8)*

La masa de la tierra crece a razón de $4 \cdot 10^7$ kg por año debido al agregado de polvo extraterrestre. ¿Cuánto aumentará la masa de la Tierra en los próximos 30 000 años?

Problema 231 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 1)*

¿Cuál de los siguientes números es múltiplo de 3?

A) 2 000 C) 2^9 E) $(2 + 0) \cdot (0 + 9)$
B) $2 + 0 + 0 + 9$ D) $200 - 9$

Problema 232 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 4)*

A es un número entero positivo. Paloma calcula A^2 y A^3. ¿Cuántos son los posibles valores de A que tienen la misma cantidad de dígitos en sus cuadrados y en sus cubos?

A) 3 C) 9 E) infinitos
B) 0 D) 4

Problema 233 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 7)*

Al inicio de las clases María, Vicky y Olga fueron a una librería. Cada una compró tres cuadernos, dos escuadras y cinco marcadores. ¿Cuál de las siguientes pudo ser la cuenta total que pagaron?

A) 39 200 G C) 38 200 G E) 37 200 G
B) 35 200 G D) 36 200 G

Problema 234 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 7)*

El promedio de tres números es 2 009 y uno de los números también es 2 009. ¿Cuál es la suma de los otros dos números?

A) 4 008 C) 4 018 E) 4 028
B) 4 010 D) 4 020

Problema 235 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 8)*

En una lista de 13 números enteros consecutivos hay 7 números pares y 5 números que son múltiplos de 3. ¿Cuál es la mayor cantidad de múltiplos de 6 que puede tener la lista?

A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4

Problema 236 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 10)*

El promedio de 7 números enteros positivos es 49. Si se suma 1 al primer número, 2 al segundo, 3 al tercero y así sucesivamente hasta el sétimo, ¿cuál es el nuevo promedio?

A) 7 C) 53 E) 63
B) 49 D) 56

Problema 237 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 13)*

Hallar el valor de la expresión:

$$(1-2)-(3-4)-(5-6)- \ldots -(2\,009-2\,010)$$

A) 0 C) - 1 003 E) 1 005
B) - 1 005 D) 1 003

Problema 238 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 4)*

Pedro suma a la edad que tiene el doble de la edad que tenía hace 6 años, y resulta la edad que Pedro tendrá dentro de 20 años.

La edad que tenía Pedro hace 7 años es:

A) 8 años	C) 13 años	E) 16 años
B) 9 años	D) 15 años	F) n. d. l. a.

Problema 239 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

Dos números enteros positivos P y Q son tales que 60 veces P equivale a 50 veces Q y P tiene 10 unidades menos que Q.

Hallar el valor de (P + Q).

A) 90	C) 110	E) 130
B) 100	D) 120	F) n. d. l. a.

Problema 240 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*

Se quiere obtener un número que termina en cuatro ceros a partir de 120. ¿Cuál es el **MENOR** número por el que se debe multiplicar 120?

A) 200	C) 500	E) 1 000
B) 250	D) 800	F) n. d. l. a.

Problema 241 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 9)*

Ana, Benito y Carla tienen la misma cantidad de dinero. Ana compra 3 barras de chocolate y le sobran 16 000 G. Benito compra 4 barras de chocolate iguales a las de Ana y le sobran 8 000 G. ¿Cuánto dinero le sobra a Carla si compra una de esas barras de chocolate?

A) 21 000 G	C) 26 000 G	E) 32 000 G
B) 24 000 G	D) 30 000 G	F) n. d. l. a.

Problema 242 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 12)*

La Tierra dista de la Luna $3{,}8 \cdot 10^8$ m y la distancia mínima entre la Luna y el Sol es $1{,}4962 \cdot 10^8$ km.

Calcular la distancia entre el Sol y la Tierra (suponiendo que las órbitas sean circulares y que estén alineados).

A) $15 \cdot 10^8$ m	C) $15 \cdot 10^8$ km	E) $3 \cdot 10^8$ km
B) $1{,}5 \cdot 10^8$ m	D) $1{,}5 \cdot 10^8$ km	F) n. d. l. a.

Problema 243 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 15)*

La profesora de matemática de Mabel le da como tarea encontrar el menor número de 4 cifras que sea múltiplo de 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 simultáneamente; y que luego sume las cifras pares del número que encuentra.

Mabel hace correctamente la tarea. ¿Qué resultado encontró?

A) 10	C) 14	E) 6
B) 4	D) 16	F) n. d. l. a.

Problema 244 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 4)*

La profesora de Emilia pide a sus alumnos que encuentren cuántas veces se escribe el número 3 al escribir todos los números comprendidos entre el 1 y el 100.

Si Emilia encuentra el resultado correcto, ¿qué resultado encuentra Emilia?

Problema 245 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 6)*

¿Qué número sigue en la lista?

5 , 6 , 12 , 14 , 19 , 22 , 26 , 30 , 33 , 38 , 40 , $\boxed{}$

Problema 246 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 9)*

Clarita dio un examen en una competencia de Matemática. La prueba constaba de 20 ejercicios.

Por cada ejercicio bien resuelto se otorgan 2 puntos; por cada ejercicio mal resuelto se resta 1 punto y si un ejercicio no se resuelve no se agregan ni sacan puntos.

Clarita logró hacer 31 puntos en la prueba. ¿Cuántos ejercicios como máximo resolvió correctamente?

Problema 247 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 1)*

Pedro afirma que el número 2 009 forma parte de la siguiente sucesión de números:

20 , 37 , 54 , 71 , 88 , 105 , …

Explicar por qué Pedro puede hacer esta afirmación.

Problema 248 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 3)*

El número $\overline{3X36}$ es un cuadrado perfecto (se llama cuadrado perfecto al número que tiene raíz cuadrada exacta).
Determinar el valor del dígito X.

Problema 249 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 5)*

El siguiente sistema de ecuaciones tiene soluciones en las cuales **x** es positiva e **y** es negativa. De terminar los valores de m que satisfacen estas condiciones.

$$3x + 6y = 1 \quad ; \quad 5x + my = 2$$

Problema 250 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 5)*

Leonardo ha escrito una secuencia de números tales que, cada número (desde el tercer número de la secuencia) es la suma de los dos números anteriores. El cuarto número es 6 y el sexto es 15. ¿Cuál es el número en la séptima posición de la secuencia?

A) 9
C) 24
E) 21
B) 16
D) 23

Problema 251 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 8)*

Las habitaciones de un hotel están numeradas con tres dígitos. El primer dígito indica el piso y los dos dígitos siguientes, el número de la habitación. Por ejemplo: 125 indica la habitación 25 del primer piso. Si el hotel tiene cinco pisos y en cada piso hay 35 habitaciones (ejemplo: 101 a 135 en el primer piso), ¿cuántas veces se usara el dígito 2 para numerar todas las habitaciones?

A) 60
C) 105
E) 95
B) 65
D) 100

Problema 252 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 18)*

En una línea se escribieron todos los divisores de N (distintos de N y de 1). Sucede que el mayor de los divisores de la línea es equivalente a 45 veces el divisor menor. ¿Cuántos números N satisfacen esa condición?

A) 1 C) 0 E) imposible determinar
B) 2 D) más que 2

Problema 253 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 24)*

¿Cuál es el menor entero n tal que:

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \ldots \cdot (n^2 - 1)$$

es un cuadrado perfecto?

A) 6 C) 7 E) 8
B) 27 D) 16

Problema 254 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 1)*

Un vaso equivale a la mitad de una jarra y 3 cucharas equivalen a la mitad de un vaso. ¿A cuántas cucharas equivalen 2 jarras?

A) 24 C) 12 E) 72
B) 48 D) 36

Problema 255 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 3)*

La suma de tres números enteros es 175. Si uno de los números se multiplica por 10, otro por 15 y el tercero por 8, todos los productos son iguales. ¿Cuál es el número menor?

A) 40 C) 60 E) 75
B) 50 D) 68

Problema 256 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 4)*

En un campo hay una plantación con 1 830 plantas de zanahoria. En el campo vive una pareja de conejos. Si cada conejo come por día una zanahoria y media y cada 90 días el número de conejos se cuadruplica, ¿para cuántos días alcanzará la plantación de zanahorias?

A) 140 C) 160 E) 190
B) 150 D) 174

Problema 257 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 12)*

Rosa divide 840 y 576 por un número N, obteniendo como residuo 21 y 9 respectivamente. ¿Cuál es el número N?

A) 13
B) 36
C) 47
D) 56
E) 63

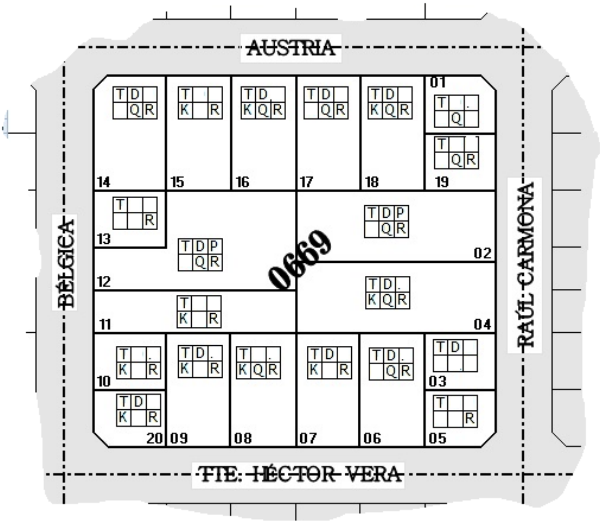
Problema 258 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 15)*

Emanuel y Julia, juntos con su papá y su mamá pesan 212 kg. Julia tiene 1 kg más que Emanuel. La mamá pesa el doble que Emanuel y su papá tiene 25 kg más que la mamá. ¿Cuánto pesa la mamá?

A) 62 kg
B) 64 kg
C) 66 kg
D) 68 kg
E) 70 kg

Problemas para el Aula

Problema 259



En la figura se ve el plano de la manzana N.º 0669, con 20 casas.

En el plano se ubicaron algunos aparatos electrodomésticos en cada casa.

T: Televisores
D: DVD
P: Antena parabólica
K: Televisión por cable
Q: Computadora
R: Radio

¿Qué porcentaje menos hay de Antenas que de Televisores?

Problema 260

Observar la siguiente tabla con datos del año 2012:

	Departamento	Población	Superficie en km^2
Capital		515 587	117
1	Concepción	189 929	18 051
2	San Pedro	360 094	20 002
3	Cordillera	282 981	4 948
4	Guairá	198 032	3 846
5	Caaguazú	483 048	11 474
6	Caazapá	151 415	9 496
7	Itapúa	545 924	16 525
8	Misiones	118 798	9 556
9	Paraguarí	239 633	8 705
10	Alto Paraná	785 747	14 895
11	Central	2 221 180	2 465
12	Ñeembucú	84 123	12 147
13	Amambay	125 611	12 939
14	Canindeyú	191 447	14 667
15	Presidente Hayes	106 826	72 907
16	Alto Paraguay	11 151	82 349
17	Boquerón	61 107	91 669
Total		6 672 633	406 752

Determinar la densidad poblacional de los Departamentos de San Pedro, Misiones y Boquerón y representar los valores obtenidos en un gráfico de línea.

Problema 261

Observar la siguiente tabla con datos del año 2012:

	Departamento	Distritos
Capital		1
1	Concepción	9
2	San Pedro	20
3	Cordillera	20
4	Guairá	18
5	Caaguazú	22
6	Caazapá	11
7	Itapúa	30
8	Misiones	10
9	Paraguarí	17
10	Alto Paraná	22
11	Central	19
12	Ñeembucú	16
13	Amambay	4
14	Canindeyú	12
15	Presidente Hayes	8
16	Alto Paraguay	4
17	Boquerón	3
Total		246

Con respecto a la cantidad de distritos que tiene el Paraguay, ¿cuál es el porcentaje de distritos que tienen juntos los Departamentos de Caazapá e Itapúa?

Hacer un gráfico circular.

Problema 262

La tabla muestra la cantidad de accidentes de tránsito y la cantidad de ómnibus del transporte público involucrados.

Año	Cantidad de accidentes	Ómnibus de transporte público involucrados
1999	6 496	1 845
2000	6 566	1 821
2001	6 850	2 063
2002	7 513	1 659
2003	7 100	1 879
2004	7 393	1 952
2005	7 764	2 123
2006	7 572	1 943
2007	7 616	1 962

(Fuente: Policía Municipal de tránsito de Asunción)

Determinar la diferencia entre las medias correspondientes a la cantidad total de accidentes y la media de los accidentes con transporte público involucrado, entre los años 1999 y 2007.

Problema 263

La tabla muestra los accidentes de tránsito, según los motivos más comunes, durante el año 2006.

Concepto	Cantidad de accidentes
Imprudencia	4 935
Exceso de velocidad	541
No conservar la distancia	872
Pasar luz roja	57
Negligencia	361
Impericia	36
Varios	19

Hacer una tabla de frecuencia relativa porcentual.

Representar la frecuencia relativa porcentual en un gráfico de barras horizontales.

Problema 264

La tabla muestra las temperaturas medias de enero a setiembre de 2012, lo mismo que las precipitaciones medias.

Mes	Temperatura media en ºC	Precipitación media en mm
Enero	26	150
Febrero	28	100
Marzo	26	150
Abril	22	250
Mayo	20	25
Junio	17	50
Julio	16	60
Agosto	21	25
Setiembre	23	75

Calcular:

A) La media de las temperaturas medias.

B) La media de las precipitaciones medias.

C) La moda de las temperaturas.

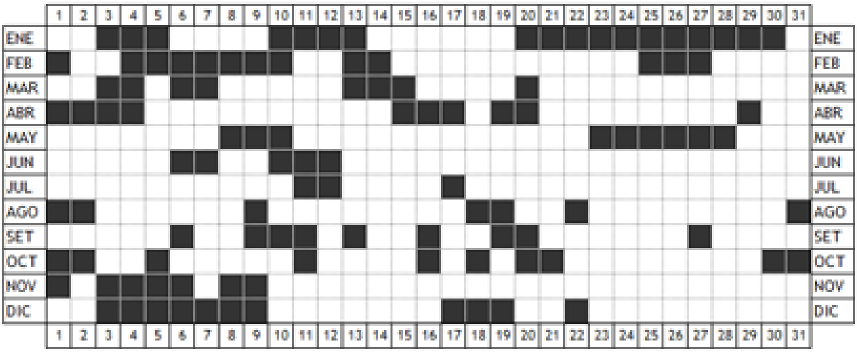
Problema 265

En la gráfica de abajo se observa el llamado *Calendario de lluvias "Moisés Bertoni"*, elaborado por el naturalista suizo Moisés Bertoni (1857-1929) con observaciones en el interior del país, durante 30 años hacia el año 1905 y como aquellas condiciones ecológicas eran muy diferentes a lo que es hoy, dicho calendario ya no tiene vigencia. Las cuadrículas pintadas de negro se dice "marcan lluvia"

A) Elaborar un gráfico de barras con la cantidad de días marcados con lluvias durante un año, separando por meses.

B) Hallar el promedio de días marcados con lluvias en el segundo cuatrimestre.

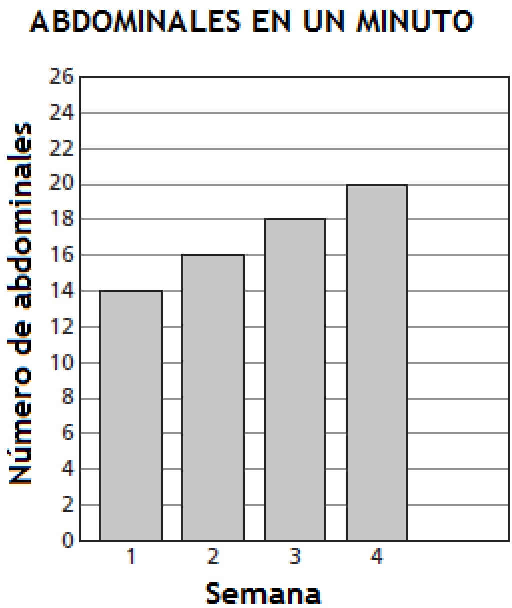
Calendario de lluvias "Moisés Bertoni"



Problema 266

Dani está practicando abdominales. El gráfico de barras muestra el número de abdominales que puede completar en un minuto durante un período de cuatro semanas.

Si el patrón continúa, ¿cuántos abdominales podrá completar Dani en un minuto en la 7.ª semana?



Problema 267

Luego de analizar los datos recogidos en 5 manzanas urbanas, se construyó la siguiente tabla:

Categoría ocupacional	Hombres	Mujeres
Empleado/a público	8	6
Empleado/a privado	36	17
Empleador/a	5	2
Trabajador/a independiente	14	16
Trabajo/a familia no remunerado	1	2
Propietario/a de comercio	0	8

A) ¿Qué porcentaje de la población ocupada representan las personas empleadas?
B) Hacer un diagrama circular de la cantidad de hombres y de mujeres con ocupación.

Problema 268

Se puede observar en la tabla la cantidad de tierras con cultivo de soja entre los años 2006 y 2012. (Fuente: MAG)

Superficie de Producción	
Año	Hectáreas
2006/07	2 400 000
2007/08	2 463 510
2008/09	2 570 000
2009/10	2 671 059
2010/11	2 870 539
2011/12	2 957 408

¿Cuál de los gráficos representa aproximadamente la cantidad de hectáreas cultivadas?

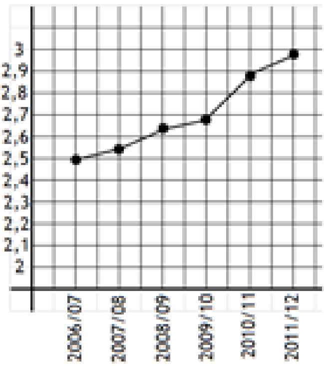


Gráfico 1

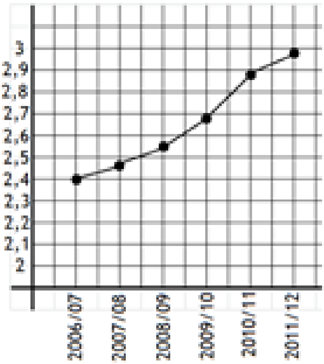


Gráfico 2

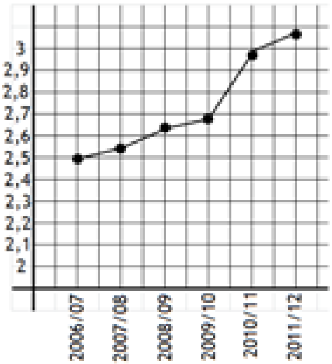


Gráfico 3

Miscelánea

Problema 269 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 6)*

Fernando dibuja cuadrados que tienen áreas mayores que 144 pero menores que 400. Si las medidas de los lados son números enteros positivos. ¿Cuántos cuadrados diferentes puede dibujar Fernando?

A) 9	C) 5	E) 8
B) 6	D) 7	F) n. d. l. a.

Problema 270 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 10)*

Se tiene un polígono de 8 lados ABCDEFGH. Uniendo los vértices se quiere construir cuadriláteros de modo que, los lados de los cuadriláteros no coincidan con los lados del polígono y los vértices de los cuadriláteros sean los vértices del polígono. Hallar la **MAYOR** cantidad de cuadriláteros que se puede obtener.

A) 2	C) 6	E) 10
B) 4	D) 8	F) n. d. l. a.

Problema 271 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 11)*

Gerardo, Ignacio, Hugo, Jimena y Karina se forman en fila india. Si los niños deben estar juntos y las niñas también, ¿de cuántas formas diferentes pueden formarse?

A) 24	C) 30	E) 12
B) 18	D) 36	F) n. d. l. a.

Problema 272 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 2)*

Pedro inventa un acertijo que propone a sus compañeros: "*en mi casa tengo un árbol que por casualidad tiene una altura que es igual a 10 metros más que la mitad de su altura, ¿cuál es la altura del árbol?*"

Determina la altura del árbol del acertijo.

Problema 273 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 7)*

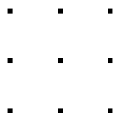
El papá de Pedro tiene un terreno con forma rectangular de dimensiones 56 m por 40 m.

Él desea dividir el terreno en parcelas cuadradas iguales, tales que la longitud de cada lado de las parcelas sea un número entero expresado en metros y sin que sobre terreno.

Cumpliendo con las 3 condiciones divide el terreno en la MENOR cantidad de parcelas posibles,

¿En cuántas parcelas lo divide?

Problema 274 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 2)*



¿Cuál es el menor número de puntos en la figura que uno necesita quitar para que no queden tres puntos en una misma línea?

A) 1 C) 2 E) 4

B) 3 D) 7

Problema 275 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 3)*

En una carrera participaron 2009 personas. El número de personas a las que Juan ganó es el triple del número de personas que le ganaron. ¿En qué lugar clasificó Juan?

A) 500 C) 503 E) 1 503

B) 1 507 D) 501

Problema 276 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 10)*

Para cada examen, la calificación puede ser 0, 1, 2, 3, 4 o 5. Después de cuatro exámenes, el promedio de María es 4. Una de las cinco afirmaciones es necesariamente **FALSA**, ¿cuál es?

A) María sólo obtuvo calificación 4

B) María obtuvo calificación 3, exactamente tres veces.

C) María obtuvo calificación 3, exactamente dos veces.

D) María obtuvo calificación 1, exactamente una vez.

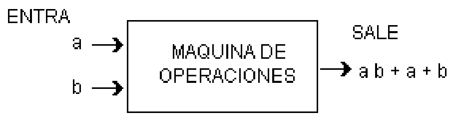
E) María obtuvo calificación 4, exactamente dos veces.

Problema 277 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 11)*

En una isla de nobles y mentirosos, 25 personas están paradas formando una fila. Todos, excepto la primera persona que está en la fila, dijeron que la persona que tenían delante de ellos en la fila era un mentiroso. La persona que estaba primero en la fila dijo que todos los que estaban parados detrás de ella, eran mentirosos. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila? (Los nobles siempre dicen la verdad, los mentirosos siempre mienten).

A) 0 C) 24 E) imposible determinar
B) 12 D) 13

Problema 278 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 12)*



En el gráfico puedes ver cómo funciona una máquina de operaciones.

Cuando entran 3 y 5 se obtiene el mismo resultado que cuando entran 2 y x.

¿Cuál es el valor de x?

A) 7 C) 10 E) 12
B) 3 D) 6

Problema 279 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 13)*

Viernes escribió en una fila diferentes números enteros positivos, menores que 11. Robinson Crusoe revisó estos números y notó, con satisfacción, que en cada par de números vecinos un número era divisible por el otro. Como máximo, ¿cuántos números escribió Viernes?

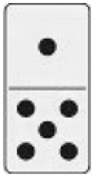
A) 9 C) 8 E) 10
B) 6 D) 7

Problema 280 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 14)*

Horacio tiene 2 009 piezas cuadradas y las coloca una al lado de la otra para formar un rectángulo. Él coloca las piezas de modo que no haya superposiciones ni espacios vacíos entre ellas. ¿Cuántos rectángulos diferentes puede armar Horacio?

A) 1 C) 2 E) 10
B) 5 D) 3

Problema 281 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 16)*

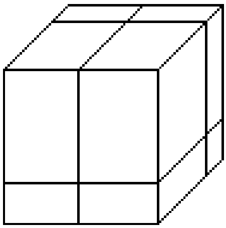


Un juego completo de dominó contiene todas las posibles combinaciones de dos cantidades (distintas o iguales) de puntos que van de 0 a 6 (mira el ejemplo de la izquierda). ¿Cuántos puntos hay en total en un juego de dominó?

A) 126 C) 168 E) 147

B) 105 D) 84

Problema 282 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 17)*



A un cubo grande se le hacen tres cortes transversales para obtener 8 cuboides (ortoedros) más pequeños (como muestra la figura). ¿Cuál es la razón entre el área total de la superficie de los ocho cuboides con respecto al área total de la superficie del cubo original?

A) 1 : 1 C) 3 : 2 E) 4 : 1

B) 4 : 3D) 2 : 1

Problema 283 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 19)*

En el cuadrilátero PQRS, PQ = 2 006, QR = 2 008, RS = 2 007 y SP = 2 009. ¿Qué ángulos interiores del cuadrilátero son necesariamente menores que 180°?

A) P , Q , R C) Q , R , S E) P , Q , R , S

B) P , R , S D) P , Q , S

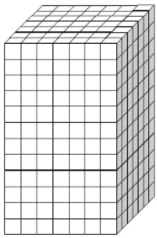
Problema 284 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 20)*

Juan colocó un cuadrado de 36 cm^2 de área, sobre un triángulo y la parte superpuesta representa el 60% del área del triángulo y los $\frac{2}{3}$ del área del cuadrado. ¿Cuál es el área del triángulo?

A) 40 cm^2 C) 24 cm^2 E) 36 cm^2

B) 22 $\frac{4}{5}$ cm^2 D) 60 cm^2

Problema 285 *(Kanguro 2009 – Junior – Problema 23)*



Arturo tiene 2 009 cubos de 1 x 1 x 1 que ha colocado formando un cuboide (ortoedro). Además, tiene 2 009 etiquetas azules cuadradas de 1 x 1 que debe utilizar para pegar en la superficie exterior del cuboide. Arturo logró el objetivo y le sobraron etiquetas. ¿Cuántas etiquetas le sobraron?

A) Más de 1 000 C) 49

B) 476 D) 763

E) Arturo no puede alcanzar su meta

Problema 286 *(Validación Kanguro 2009 – Junior – Problema 11)*

Se tienen cuatro tarjetas con números, ordenadas de la siguiente manera: 4 – 3 – 2 – 1.

Se quiere reordenarlas de modo que queden en el orden:

1 – 2 – 3 – 4.

Para ello, se puede cambiar el orden de dos tarjetas que están una al lado de otra. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos necesarios?

A) 3 C) 6 E) 10

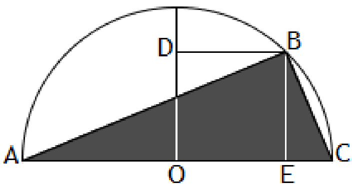
B) 4 D) 8

NIVEL 3
1er, 2.º y 3er Año

La geometría y la medida

Problemas para el Aula

Problema 301 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*



En la figura, O es el centro de la semicircunferencia, y cada uno de los lados del cuadrado DBEO mide 2.
Calcular el área pintada de negro.

A) 4   C) 6   E) 3

B) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ F) n. d. l. a.

Problema 302 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*

En un triángulo ABC, AB = 20 , BC = 34. D es un punto que está sobre el lado AC, tal que BA = BD y AD =32.
Hallar el área del triángulo ABD.

A) 96   C) 168   E) 384

B) 144   D) 192   F) n. d. l. a.

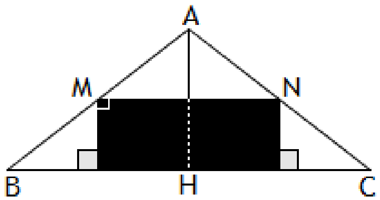
Problema 303 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 6)*

El Sol es la estrella más cercana a la Tierra (está a $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m*). La segunda, Próxima Centauri, (pertenece al sistema de Alfa Centauro) está 250 mil veces más lejana. Determinar la distancia de la Tierra a Próxima Centauri.*

A) 375 000 000 km   *C)* $3{,}75 \cdot 10^{13}$ *km*   *E)* $7{,}35 \cdot 10^{10}$ *km*

B) $5{,}37 \cdot 10^{9}$ *km*   *D)* $7{,}2 \cdot 10^{13}$ *km*   *F) n. d. l. a.*

Problema 304 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

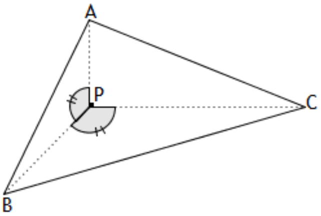


En el triángulo ABC de la figura, AB = AC. El lado BC mide 8 cm y la altura AH mide 3 cm.
M y N son puntos medios de los lados AB y AC respectivamente.
Hallar el área de la figura pintada de negro.

A) 5 cm^2 C) 8 cm^2 E) 16 cm^2

B) 6 cm^2 D) 10 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 305 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 5)*



a.

En el triángulo ABC, AP ⊥ PC y los ángulos APB y BPC son iguales.

Calcular la medida de $\overset{\angle}{BPC}$.

A) 115º C) 125º E) 135º
B) 120º D) 130º F) n. d. l.

Problema 306 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 10)*

En un polígono convexo de 2 009 lados, se toma un punto M en uno de los lados (M **NO ES** uno de los vértices). Desde M se trazan todos los segmentos posibles a los vértices del polígono, menos a los dos vértices del lado donde está M.

¿En cuántos triángulos queda dividido el polígono?

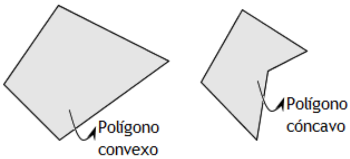
A) 2 009 C) 4 018 E) 1 004
B) 2 010 D) 2 008 F) n. d. l. a.

Problema 307 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 5)*

En un polígono convexo de n lados, se elige uno de los vértices y desde este vértice se trazan diagonales a los otros vértices.

¿En cuántos triángulos queda dividido el polígono?

Observación:

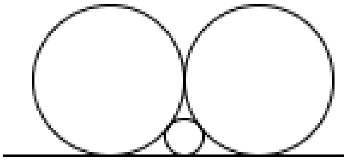


Problema 308 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 8)*

En un cuadrado ABCD, el lado mide 10 cm. M es el punto medio del lado AD. Se traza MB.

Calcular la distancia desde el vértice C al segmento MB.

Problema 309 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 9)*



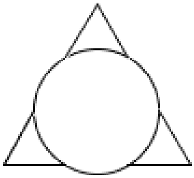
La circunferencia menor del gráfico tiene un radio de 4 cm.

Las dos circunferencias mayores tienen radios iguales entre sí.

Calcular el radio de las circunferencias mayores.

(Las circunferencias son tangentes entre sí y tangentes a la recta)

Problema 310 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 10)*



En la figura se ven superpuestos un círculo de radio 1 y un triángulo equilátero de lado 3. El centro del círculo coincide con el ortocentro del triángulo.

¿Cuánto mide el perímetro de la figura que se obtiene?

Problema 311 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 1)*

Nicolás midió los 6 ángulos de dos triángulos, uno acutángulo y el otro obtusángulo. Si ahora recuerda cuatro de los ángulos: 120°, 80°, 55° y 10°. ¿Cuánto vale el menor de los ángulos del triángulo acutángulo?

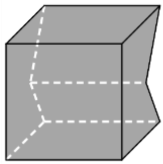
A) 10º
B) 55º
C) 5º
D) 60º
E) 45º

Problema 312 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 13)*

Una pirámide tiene 300 caras. ¿Cuántos vértices tiene la pirámide?

A) 150
B) 299
C) 300
D) 301
E) 600

Problema 313 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*



¿Cuántas caras planas tiene el sólido de la figura?

A) 5 C) 7 E) 9

B) 6 D) 8 F) n. d. l. a.

Problema 314 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 14)*

En la recta de la figura se ubican los puntos A , B , C y D.
AD = 60 cm , BD es el triple de AB y 2 veces BC equivale a 3 veces CD.

Hallar la medida de BC.

A) 15 cm C) 25 cm E) 30 cm

B) 18 cm D) 27 cm F) n. d. l. a.

Problema 315 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 16)*

En un triángulo acutángulo ABC (todos sus ángulos son menores que 90º) se trazan las tres mediatrices que se cortan en el punto M. La medida de $A\hat{M}C$ es 154º. Calcular la medida del ángulo ABC.

A) 13º C) 52º E) 82º

B) 26º D) 77º F) n. d. l. a.

Problema 316 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 2)*

En un triángulo ABC ($\hat{C}$ = 90º), el lado BC es el diámetro de una circunferencia que interseca al lado AB en el punto D.
Una recta tangente a la circunferencia en D corta al lado AC en el punto F.

Si $C\hat{A}B$ = 46º, calcular la medida del ángulo CFD.

Problema 317 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 5)*

En un triángulo ABC, I es el incentro (punto de intersección de las tres bisectrices).

La distancia de I al lado BC es 4 cm y la distancia de I al vértice B es 12 cm.

Dentro de la región angular correspondiente a $\angle ABC$ se elige un punto D, tal que D sea el centro de una circunferencia tangente a las rectas AB y BC y que pase por el incentro.

Determinar los valores posibles de la distancia del punto D al vértice B.

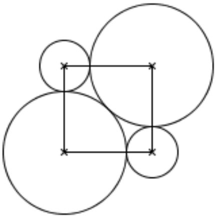
Problema 318 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 8)*

Una circunferencia cuyo centro es el punto F tiene radio 13. Otra circunferencia con centro en G tiene radio 15. Las circunferencias se cortan en los puntos P y Q. La longitud del segmento PQ es 24. ¿Cuál de las siguientes puede ser la longitud del segmento FG?

A) 2 C) 14 E) 5

B) 9 D) 18

Problema 319 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 21)*



Con centro en cada uno de los vértices del cuadrado de la figura se trazan las circunferencias indicadas. El cuadrado tiene como lado 10 y las circunferencias grandes son tangentes entre sí y a ambas circunferencias pequeñas.

¿Cuál es el valor de $\frac{\text{Radio de la circunferencia gande}}{\text{Radio de la circunfrencia pequeña}}$?

A) $\frac{2}{9}$ C) $1 + \sqrt{2}$ E) $0,8\,\pi$

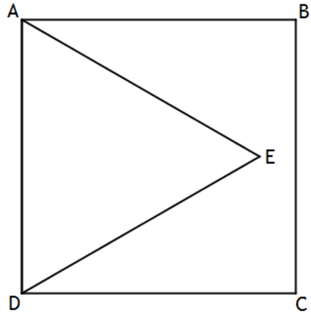
B) $\sqrt{5}$ D) 2,5

Problema 320 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 1)*

En un triángulo equilátero ABC de 80 cm^2 de área, P es el punto medio del lado AB y Q es el punto medio del lado BC. ¿Cuál es el área del triángulo AQP?

A) 60 cm^2 C) 30 cm^2 E) 10 cm^2
B) 40 cm^2 D) 20 cm^2

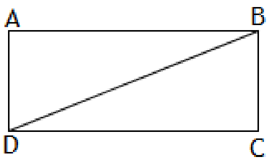
Problema 321 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 4)*



En la figura, ABCD es un cuadrado y AED es un triángulo equilátero. El perímetro del cuadrado es 40. ¿Cuál es la distancia entre el vértice E y el lado BC?

A) 5 D) 8
B) $5\sqrt{3}$ E) $8(1-\sqrt{3})$
C) $5(2-\sqrt{3})$

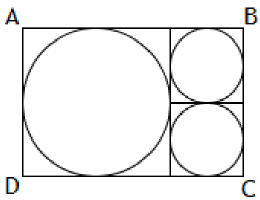
Problema 322 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 11)*



El rectángulo de la figura tiene 18 cm de perímetro. La medida de cada uno de los lados es un número entero. ¿Cuántos valores puede tener el área del triángulo DAB?

A) 4 C) 6 E) 10
B) 5 D) 8

Problema 323 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 14)*



En el rectángulo ABCD hay tres circunferencias. Las dos menores son iguales y tienen, cada una de ellas una longitud de 20 π. Calcular el perímetro del rectángulo.

A) 100 C) 200 E) 300
B) 160 D) 240

El número y las operaciones – Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 324 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

¿Cuántos números de dos cifras son iguales a 7 veces la suma de sus dos cifras?

A) 2 | C) 4 | E) 6
B) 3 | D) 5 | F) n. d. l. a.

Problema 325 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*

Un año en Mercurio (órbita alrededor del Sol) tiene 88 días y un día (período de rotación sobre el eje) tiene 1 404 horas. Calcular la diferencia de horas entre un año en Mercurio y un año en la Tierra (365 días de 24 horas).

A) 114 792 | C) 85 480 | E) 11 474
B) 123 552 | D) 38 664 | F) n. d. l. a.

Problema 326 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 1)*

Elisa suma dos números iguales con 256 y obtiene como resultado 950. Hallar los números que son iguales.

A) 694 | C) 347 | E) 257
B) 547 | D) 307 | F) n. d. l. a.

Problema 327 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 6)*

Si a un número entero positivo se le suma su cuadrado se obtiene 552. Hallar la suma de las cifras del número.

A) 3 | C) 5 | E) 7
B) 4 | D) 6 | F) n. d. l. a.

Problema 328 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 7)*

Si se redujese el tamaño del Universo 10 000 millones de veces, la distancia entre la Tierra y el Sol sería de 15 m. Hallar la distancia real entre la Tierra y el Sol.

A) $1{,}5 \cdot 10^{11}$ km | C) $1{,}5 \cdot 10^{9}$ km | E) $1{,}5 \cdot 10^{7}$ km
B) $1{,}5 \cdot 10^{10}$ km | D) $1{,}5 \cdot 10^{8}$ km | F) n. d. l. a.

Problema 329 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 9)*

La masa del planeta Marte es $6{,}4 \cdot 10^{23}$ kg y la del planeta Tierra $5{,}92 \cdot 10^{24}$ kg. ¿A cuántos planetas Marte equivale el planeta Tierra?

A) 7,25 C) 9,25 E) 11,25

B) 8,5 D) 10,5 F) n. d. l. a.

Problema 330 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 12)*

El diámetro mayor de la Vía Láctea es de 100 000 años luz (1 año luz es la distancia que recorre la luz en un año; la velocidad de la luz es 300 000 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$). Hallar el diámetro mayor de la Vía Láctea en kilómetros.

A) $1{,}5768 \cdot 10^{12}$ km D) $9{,}4608 \cdot 10^{11}$ km

B) $3{,}942 \cdot 10^{11}$ km E) $1{,}5768 \cdot 10^{11}$ km

C) $9{,}4608 \cdot 10^{12}$ km F) n. d. l. a.

Problema 331 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 1)*

¿Cuál es el menor número que tiene como divisores a los números 50 , 168 , 180 y 198?

Problema 332 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 2)*

La masa de Mercurio equivale a 0,54 la masa de la Marte.

La masa de Mercurio es igual a $3{,}6 \cdot 10^{23}$ kg. Calcular la masa de Marte.

Problema 333 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 3)*

Los científicos estiman que en la Vía Láctea hay alrededor de 300 000 millones de estrellas. De todas ellas nosotros podemos observar unas 8 100. ¿Cuál es la relación entre las estrellas visibles y las estrellas que existen en la Vía Láctea?

Problema 334 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 7)*

El grado de Silvia tiene una pequeña cantina. En ella hay cierto número de caramelos. Silvia, que es amante de la matemática dice a sus compañeros:

"Si se triplica la cantidad de caramelos habría más de 49 caramelos, pero si se cuatriplica dicha cantidad habría menos de 69 caramelos, ¿cuántos caramelos hay?"

Enrique, el compañero de Silvia, resuelve el acertijo. ¿Qué respuesta dio Enrique?

Problema 335 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 2)*

A es un número entero positivo. Paloma calcula A^2 y A^3. ¿Cuántos son los posibles valores de A que tienen la misma cantidad de dígitos en sus cuadrados y en sus cubos?

A) 0 C) 4 E) infinitos

B) 3 D) 9

Problema 336 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 6)*

¿Para cuántos números **n** enteros positivos, $\mathbf{n^2 + n}$ es un número primo?

A) 0 B) una cantidad infinita de números

C) 2 D) 1

E) una cantidad finita de números mayores que 2

Problema 337 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 12)*

Los números a , b , c , d , e son enteros positivos. Además:

$$a \cdot b = 2 \text{ , } b \cdot c = 3 \text{ , } c \cdot d = 4 \text{ y } d \cdot e = 5.$$

Calcular el valor de $\frac{e}{a}$?

A) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{15}{8}$

B) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{11}{6}$

Problema 338 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 4)*

Se divide un número N entre 12 y se obtiene como residuo 5. Si N se divide entre 7, el cociente aumenta en 2 y el residuo aumenta en 1.

¿Cuál es la suma de las cifras de N?

A) 3	C) 7	E) 11
B) 5	D) 9	F) n. d. l. a.

Problema 339 *(1ª Ronda Colegial 2009 – Problema 8)*

En una reunión hay $\overline{abc}$ personas. En total hay menos de 200 personas.

Si las personas se agrupan de 23 en 23, sobran 6 personas.

Calcular el máximo valor de (a + b + c).

A) 4	C) 10	E) 17
B) 9	D) 14	F) n. d. l. a.

Problema 340 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 3)*

Un conjunto folklórico da una función en la cual las entradas para menores cuestan 28 000 G y para mayores 100 000 G. Cada persona mayor que ingresó al concierto compró además entradas para 3 menores.

Si la recaudación fue de 36 800 000 G, ¿cuántas entradas para mayores se vendieron?

A) 235	C) 190	E) 170
B) 200	D) 185	F) n. d. l. a.

Problema 341 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 4)*

Un automóvil tarda una hora más que otro en ir de una ciudad M hasta otra ciudad N. Los automóviles van con velocidades constantes de 80 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ y 100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Calcular la distancia entre las ciudades M y N.

A) 20 km	C) 400 km	E) 500 km
B) 50 km	D) 450 km	F) n. d. l. a.

Problema 342 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 13)*

Alicia festeja su cumpleaños y acude cierta cantidad de gente. El número de mujeres supera al número de varones en 75.

Además se observa que por cada 8 mujeres hay 5 varones.

¿Cuántas personas asisten a la fiesta de Alicia?

A) 192	C) 900	E) 375
B) 325	D) 740	F) n. d. l. a.

Problema 343 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 15)*

Cecilia tiene una colección con menos de 100 figuritas. Si las agrupa de 3 en 3 le faltan 2 para completar otro grupo. Cuando las agrupa de 5 en 5 le sobran 2 y si las agrupa de 7 en 7 le sobran 4.

¿Cuántas figuritas tiene Cecilia?

A) 22	C) 37	D) 76
B) 32	D) 67	F) n. d. l. a.

Problema 344 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 4)*

La masa de la tierra es $5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg. Esta masa crece a razón de $4 \cdot 10^{7}$ kg por año debido al agregado de polvo extraterrestre. ¿Cuál era la masa de la tierra hace 50 000 años? (Expresar el resultado con 4 cifras significativas)

Problema 345 *(3ª Ronda Zonal 2009 – Problema 6)*

Calcula el número que sigue en la lista:

$$3 \;,\; 3 \;,\; 6 \;,\; 24 \;,\; 192 \;,\; \ldots$$

Problema 346 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 1)*

Determinar el valor de la suma:

$$2 + 33 + 6 + 35 + 10 + 37 + \ldots + 1\,194 + 629 + 1\,198 + 631$$

Problema 347 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 3)*

Determinar cuántos números enteros positivos n, no mayores que 2 009 verifican que la última cifra de n^{20} es 1.

Problema 348 *(4ª Ronda Final 2009 – Problema 4)*

El promedio de los n términos de una secuencia es n, para n = 1 , 2 , 3 , …

Si la secuencia tiene 2 009 términos, calcular la suma de los términos.

Problema 349 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 5)*

En un acuario hay 200 peces. El 1% de ellos es azul, los restantes son amarillos. ¿Cuántos peces amarillos hay que quitar del acuario para que los peces azules representen el 2% de todos los peces del acuario?

A) 2
C) 100
E) 4
B) 50
D) 20

Problema 350 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 14)*

La diferencia (en valor absoluto) entre $\sqrt{n}$ y 10 es menor que 1. ¿Cuántos números enteros que cumplen con esta propiedad existen?

A) 19
C) 20
E) 40
B) 41
D) 39

Problema 351 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 18)*

¿Cuál es el último dígito del número:

$$1^2 - 2^2 + \ldots - 2\,008^2 + 2\,009^2?$$

A) 2
C) 3
E) 4
B) 5
D) 1

Problema 352 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 22)*

Los números 1 , 2 , 3 , … , 99 se distribuyen en n grupos bajo las siguientes condiciones:

a) cada número está exactamente en un grupo,
b) hay, al menos, dos números en cada grupo,
c) si dos números están en el mismo grupo, entonces la suma del grupo no es divisible entre 3.

¿Cuál es el menor valor posible de n?

A) 66
C) 9
E) 34
B) 3
D) 33

Problema 353 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 23)*

¿Cuál es el menor entero n tal que

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot (4^2 - 1) \cdot \ldots \cdot (n^2 - 1)$$

es un cuadrado perfecto?

A) 6 C) 7 E) 16
B) 27 D) 8

Problema 354 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 24)*

Z es la cantidad de números de 8 dígitos todos diferentes y distintos de 0. ¿Cuántos números de 8 dígitos todos diferentes y distintos de 0, que son divisibles por 9 existen?

A) $\frac{Z}{8}$ C) $\frac{Z}{3}$ E) $\frac{Z}{9}$

B) $\frac{7}{8}$ Z D) $\frac{8}{9}$ Z

Problema 355 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 2)*

El promedio de 7 números enteros positivos es 49. Si se suma 1 al primer número, 2 al segundo, 3 al tercero y así sucesivamente hasta el sétimo, ¿cuál es el nuevo promedio?

A) 7 C) 53 E) 63
B) 49 D) 56

Problema 356 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 5)*

Rosa divide 840 y 576 por un número N, obteniendo como residuo 21 y 9 respectivamente. ¿Cuál es el número N?

A) 13 C) 47 E) 63
B) 36 D) 56

Problema 357 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 6)*

Consideramos un número de dos dígitos X = $\overline{a\,b}$. ¿Cuál de las siguientes condiciones garantiza que 6 divide a X?

A) a + b = 6 C) b = 5 a E) a = 2 b
B) b = 6 a D) b = 2 a

Problema 358 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 8)*

Manuel y Julia, juntos con su papá y su mamá pesan 212 kg. Julia tiene 1 kg más que Manuel. La mamá pesa el doble que Manuel y su papá tiene 25 kg más que la mamá. ¿Cuánto pesa la mamá?

A) 62 kg
B) 64 kg
C) 66 kg
D) 68 kg
E) 70 kg

Problema 359 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 9)*

Hallar el valor de la expresión:

$$(1-2)-(3-4)-(5-6)-\ldots-(2\,009-2\,010)$$

A) 0
B) -1 005
C) -1 003
D) 1 003
E) 1 005

Problema 360 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 10)*

¿Cuál es el 2 009.º número, después de la coma decimal, en la forma decimal de $\frac{1}{70}$?

A) 1
B) 4
C) 2
D) 8
E) 5

Problema 361 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 15)*

Se tiene una lista de números, en donde se conocen los tres primeros términos:

$$2\ ,\ 3\ ,\ \frac{3}{2}\ ,\ \ldots$$

Desde el 4º término se cumple lo siguiente:

- el 3er término es la suma del 2º término con el 4º término
- el 4º término es la suma del 3er término con el 5º término
- el 5º término es la suma del 4º término con el 6º término
- y así sucesivamente …

La lista se completa hasta tener 2 009 términos. ¿Cuál es la suma de todos los números de la lista?

A) 0
B) 1
C) $\frac{3}{2}$
D) 2
E) $-\frac{5}{2}$

Problema 362

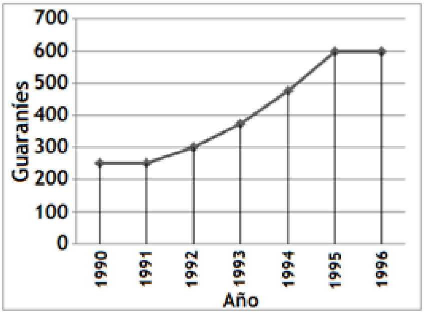
Luego de analizar los datos recogidos en 5 manzanas urbanas, se construyó la siguiente tabla:

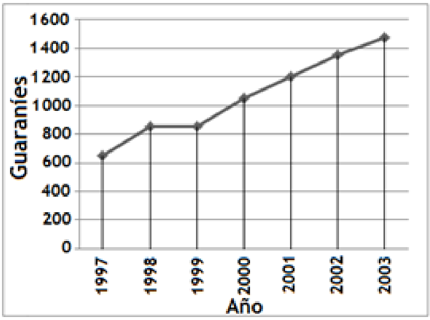
Categoría ocupacional	Hombres	Mujeres	TOTAL
Empleado/a público	8	6	14
Empleado/a privado	36	17	53
Empleador/a	5	2	7
Trabajador/a independiente	14	16	30
Trabajo/a familia no remunerado	1	2	3
Empleado/a doméstico	0	8	8
TOTAL	64	51	115

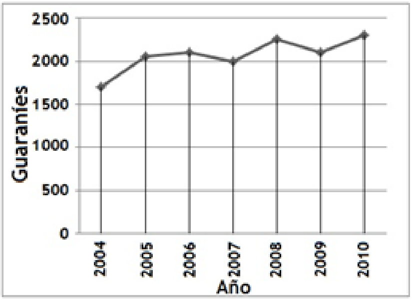
A) ¿Qué porcentaje de la población ocupada representan las personas que trabajan como independientes?
B) Hacer un diagrama circular de la cantidad de hombres y de mujeres que son empleados privados.
C) Determinar la frecuencia relativa porcentual de hombres y mujeres con ocupación.

Problema 363

Se tienen tras gráficos lineales que muestran la evolución del costo del pasaje en el área Metropolitana (Asunción y Gran Asunción).







A) ¿Entre qué años no varió el pasaje?
B) ¿Entre qué años se dio el mayor aumento del pasaje?
C) ¿Entre qué años se dio una disminución el pasaje?

Problema 364

Se puede observar en la tabla la cantidad de tierras con cultivo de soja entre los años 2006 y 2012. (Fuente: MAG)

Superficie de Producción	
Año	Hectáreas
2006/07	2 400 000
2007/08	2 463 510
2008/09	2 570 000
2009/10	2 671 059
2010/11	2 870 539
2011/12	2 957 408

¿Cuál es la media y la mediana de las hectáreas cultivadas en el lapso de tiempo indicado en la tabla de datos?

Problema 365

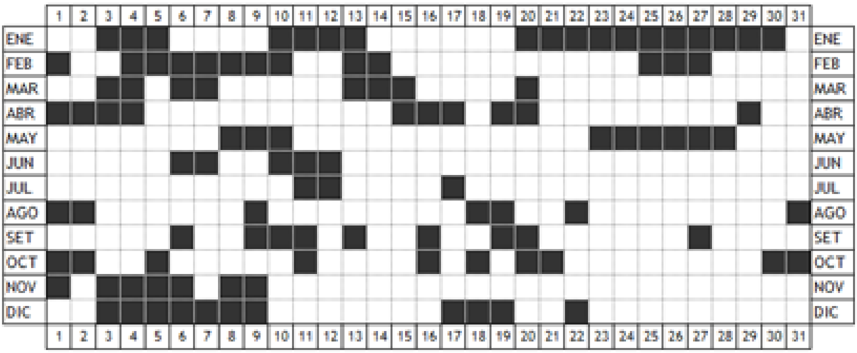
En la gráfica de abajo se observa el llamado *Calendario de lluvias "Moisés Bertoni"*, elaborado por el naturalista suizo Moisés Bertoni (1857-1929) con observaciones en el interior del país, durante 30 años hacia el año 1905.

Como aquellas condiciones ecológicas eran muy diferentes a las de hoy, dicho calendario ya no tiene vigencia. Las cuadrículas pintadas de negro representan los días que "marcan lluvia"

A) Elaborar una tabla de frecuencia absoluta y porcentual de la cantidad de días marcados con lluvias durante un año.

B) Hallar la media, la mediana y la moda.

Calendario de lluvias "Moisés Bertoni"



Problema 366

La tabla muestra las precipitaciones medias de enero a setiembre de 2012.

Mes	Precipitación media en mm
Enero	150
Febrero	100
Marzo	150
Abril	250
Mayo	25
Junio	50
Julio	60
Agosto	25
Setiembre	75

Calcular:

A) La media de las precipitaciones medias.
B) La moda de las precipitaciones medias.
C) La mediana de las precipitaciones medias.

Problema 367

Se tiran simultáneamente dos dados. Calcular la probabilidad de que una de las caras de arriba tenga 4 o más puntos.

Problema 368

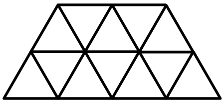
En una caja hay 3 pelotas blancas, 4 negras y 2 rojas. Sin mirar se extrae 1 pelota de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una pelota blanca o una pelota negra?

Problema 369

Se tiran simultáneamente dos dados. Calcular la probabilidad de que la suma de los puntos de las caras superiores sea igual o mayor que 5.

Miscelánea

Problema 370 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 2)*



¿Cuántos triángulos hay en la figura?

A) 20 C) 16 E) 12
B) 18 D) 14 F) n. d. l. a.

Problema 371 *(2ª Ronda Colegial 2009 – Problema 11)*

	1ª Partida	2ª Partida	3ª Partida
Ganador			

Cuatro amigos juegan a la Generala (un juego con dados). En total juegan 3 partidas y anotan el nombre del ganador de cada partida en la tabla.
¿De cuántas formas diferentes se puede completar la tabla?

A) 9 C) 24 E) 256
B) 12 D) 64 F) n. d. l. a.

Problema 372 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 3)*

En una isla de nobles y mentirosos, 25 personas están paradas formando una fila. Todos, excepto la primera persona que está en la fila, dijeron que la persona que tenían delante de ellos en la fila era un mentiroso. La persona que estaba primero en la fila dijo que todos los que estaban parados detrás de él eran mentirosos. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila? (Los nobles siempre dicen la verdad, los mentirosos siempre mienten).

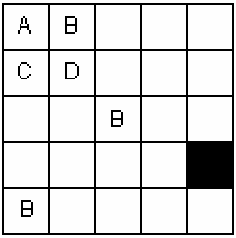
A) 0 C) 13 E) 18
B) 9 D) 12

Problema 373 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 9)*

Una caja contiene 2 calcetines blancos, 3 rojos y 4 azules. Liz sabe que un tercio de los calcetines están rotos, pero no cuáles son. Ella extrae calcetines de la caja y los deposita en el piso, con la esperanza de obtener dos calcetines sanos y del mismo color. ¿Cuántos calcetines debe extraer para estar segura de obtener un par bueno?

A) 8 C) 6 E) 2
B) 7 D) 3

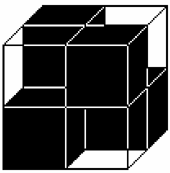
Problema 374 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 11)*



Queremos colorear los cuadrados de la grilla usando los colores A, B, C y D de tal modo que los cuadrados vecinos no tengan el mismo color (los cuadrados que comparten un vértice se consideran vecinos). Algunos cuadrados han sido coloreados como se muestra. ¿Cuáles son las posibilidades para sustituir el color del cuadrado pintado de negro?

A) cualesquiera de A o B
B) sólo C
C) sólo D
D) cualesquiera de C o D
E) cualesquiera de A , B , C , D

Problema 375 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 12)*

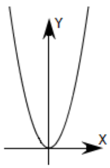


Un cubo de $2 \times 2 \times 2$ se forma de cuatro cubos blancos transparentes de 1 x 1 x 1 y de cuatro cubos negros no transparentes de $1 \times 1 \times 1$ (como muestra la figura). Se colocan de tal manera que al armar el cubo de $2 \times 2 \times 2$ no se puede ver a través de él (ni desde arriba hacia abajo, ni de adelante a atrás, ni de derecha a izquierda).

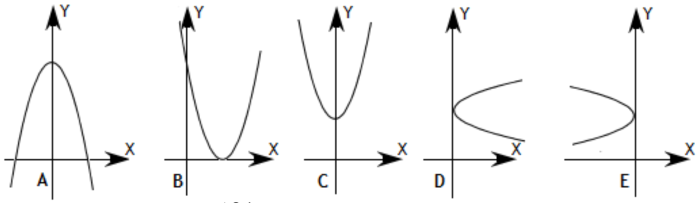
¿Cuál es la menor cantidad de cubos negros no transparentes que debemos colocar para formar un cubo grande que mida $3 \times 3 \times 3$ y que tampoco se pueda ver a través de él?

A) 9
B) 18
C) 10
D) 6
E) 12

Problema 376 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 13)*



En el dibujo de la izquierda, el gráfico corresponde a la función $f(x) = x^2$. ¿Qué gráfico corresponde a la función $f(x) = x^2 + 5$?



Problema 377 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 15)*

En la igualdad $\frac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$, letras diferentes representan a dígitos diferentes y letras iguales representan a dígitos iguales. ¿Cuántos valores diferentes puede tener el producto T · H · R · E · E?

A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

Problema 378 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 16)*

Dos corredores **A** y **B** están corriendo alrededor de un estadio. Cada uno corre todo el tiempo a la misma velocidad. **A** corre más rápido que **B**. **A** da una vuelta completa en 3 minutos. **A** y **B** empiezan juntos y 8 minutos después **A** pasa a **B** por primera vez. ¿Cuánto tiempo le lleva a B dar una vuelta?

A) 6 min
B) 4 min 30 seg
C) 4 min 48 seg
D) 4 min 20 seg
E) 8 min

Problema 379 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 17)*

Hay 2 009 canguros. Cada uno de ellos es claro u oscuro. Se sabe que un canguro claro es más alto que exactamente 8 canguros oscuros, otro canguro claro es más alto que exactamente 9 canguros oscuros, otro canguro claro es más alto que exactamente 10 canguros oscuros y así, sucesivamente, un último canguro claro es más alto que todos los canguros oscuros. ¿Cuál es el número de canguros claros?

A) la situación es imposible
B) 1 003
C) 1 002
D) 1 001
E) 1 000

Problema 380 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 19)*

A cada uno de los 100 participantes de una Olimpiada Matemática se le presentan cuatro problemas. 90 participantes resuelven el primer problema, 85 participantes resuelven el segundo problema; 80, el tercero y 75 resuelven el cuarto. ¿Cuál es el menor número posible de participantes que resolvió los cuatro problemas?

A) 75 C) 25 E) 20
B) 30 D) 15

Problema 381 *(Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 20)*

a		
		47
	63	

Hemos construido una tabla cuadrada (3 x 3) de números reales. La suma de cada columna, de cada fila y diagonal es la misma. Dos de los números se muestran en la figura. ¿Qué número debe estar en la posición “a”?

A) 55 C) 54 E) 110
B) 16 D) 51

Problema 382 *(Validación Kanguro 2009 – Estudiante – Problema 3)*

Se tienen cuatro tarjetas con números, ordenadas de la siguiente manera: 4 , 3 , 2 , 1.
Se quiere reordenarlas de modo que queden en el orden:
1 , 2 , 3 , 4.
Para ello, se puede cambiar el orden de dos tarjetas que están una al lado de otra. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos necesarios?

A) 3 C) 6 E) 10
B) 4 D) 8

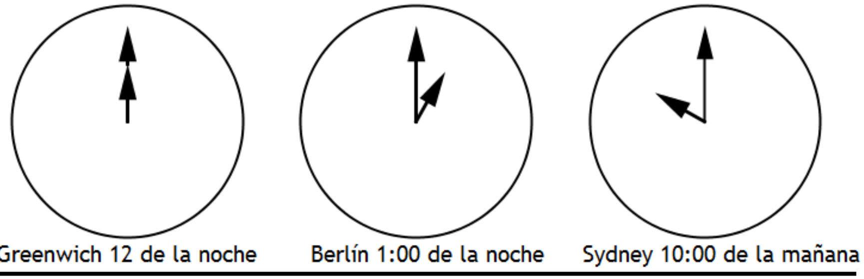
Problemas seleccionados de PISA

Problemas seleccionados de PISA

Problema 1 (Chatear - Liberado de Pisa 001 – Arit. y Alg.)

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo utilizando el “chat” de Internet. Ambos tienen que conectarse a Internet simultáneamente para poder "chatear".

Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Pregunta 1

Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?

Pregunta 2

Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.

¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans?

Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

Problema 2 (El concierto de rock - Liberado de Pisa 002 – Arit. y Álg.)

En un concierto de rock se reservó para el público un terreno rectangular con dimensiones de 100 m por 50 m. Se vendieron todas las entradas y el terreno se llenó de aficionados, todos de pie.

¿Cuál de las siguientes constituye la mejor estimación del número total de asistentes al concierto?

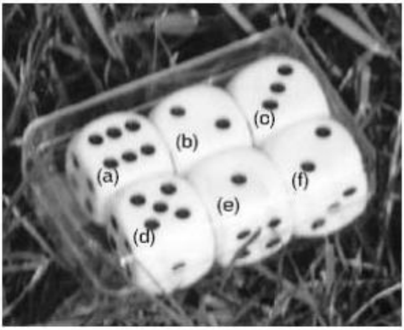
A) 2 000	C) 20 000	E) 100 000
B) 5 000	D) 50 000	

Problema 3 (Cubos - Liberado de Pisa 003 – Arit. y Alg.)

En esta fotografía puedes ver seis dados, etiquetados desde (a) hasta (f).

Hay una regla que es válida para todos los dados:

En todo dado, la suma de los puntos de cada dos caras opuestas es siete.



Escribe en cada casilla de la tabla siguiente el número de puntos de la cara inferior del dado correspondiente al de la foto.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

Problema 4 (El tipo de cambio - Liberado de Pisa 004 – Arit. y Alg.)

Mei-Ling, ciudadana de Singapur, estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares de Singapur (SGD) en rands sudafricanos (ZAR).

Pregunta 1

Mei-Ling se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de Singapur y el rand sudafricano era de: 1 SGD = 4,2 ZAR.
Mei-Ling cambió 3.000 dólares de Singapur en rands sudafricanos con este tipo de cambio.
¿Cuánto dinero recibió Mei-Ling en rands sudafricanos?

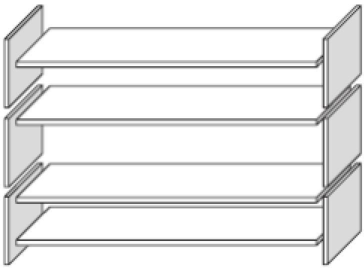
Pregunta 2

Al volver a Singapur, tres meses después, a Mei-Ling le quedaban 3.900 ZAR. Los cambió a dólares de Singapur, dándose cuenta de que el tipo de cambio había cambiado a: 1 SGD = 4,0 ZAR.
¿Cuánto dinero recibió en dólares de Singapur?

Pregunta 3

Al cabo de estos 3 meses el tipo de cambio había cambiado de 4,2 a 4,0 ZAR por 1 SGD.
¿Favoreció a Mei-Ling que el tipo de cambio fuese de 4,0 ZAR en lugar de 4,2 ZAR cuando cambió los rands sudafricanos que le quedaban por dólares de Singapur?
Da una explicación que justifique tu respuesta.

Problema 5 (Estanterías - Liberado de Pisa 005 – Arit. y Alg.)



Para construir una estantería un carpintero necesita lo siguiente:
4 tablas largas de madera,
6 tablas cortas de madera,
12 ganchos pequeños,
2 ganchos grandes,
14 tornillos.

El carpintero tiene en el almacén 26 tablas largas de madera, 33 tablas cortas de madera, 200 ganchos pequeños, 20 ganchos grandes y 510 tornillos. ¿Cuántas estanterías completas puede construir este carpintero?

Problema 6 (Tarifas postales - Liberado de Pisa 006 - Arit. y Alg.)

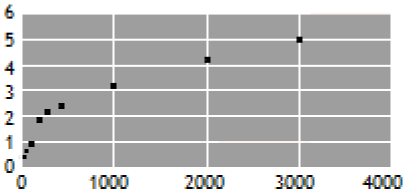
Las tarifas postales de Zedlandia están basadas en el peso de los paquetes (redondeado a gramos), como se muestra en la tabla siguiente:

Peso (redondeado a gramos)	Tarifa
Hasta 20 g	0,46 zeds
21 g – 50 g	0,69 zeds
51 g – 100 g	1,02 zeds
101 g – 200 g	1,75 zeds
201 g – 350 g	2,13 zeds
351 g – 500 g	2,44 zeds
501 g – 1000 g	3,20 zeds
1001 g – 2000 g	4,27 zeds
2001 g – 3000 g	5,03 zeds

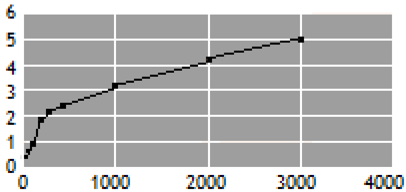
Pregunta 1

¿Cuál de los siguientes gráficos es la mejor representación de las tarifas postales en Zedlandia? (El eje horizontal muestra el peso en gramos, y el eje vertical muestra el precio en zeds).

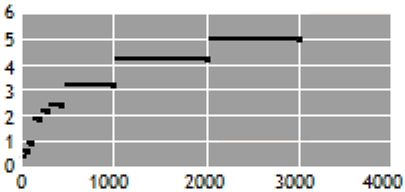
A



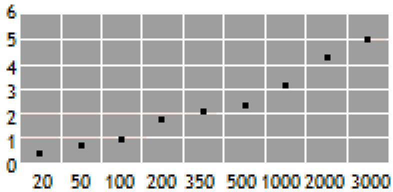
B



C



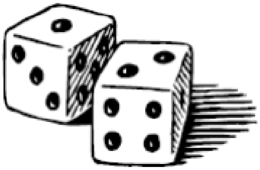
D



Pregunta 2

Juan quiere enviar a un amigo dos objetos que pesan 40 g y 80 g respectivamente. Según las tarifas postales de Zedlandia, decide si es más barato enviar los dos objetos en un único paquete o enviar los objetos en dos paquetes separados. Escribe tus cálculos para hallar el coste en los dos casos.

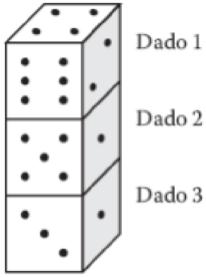
Problema 7 (Dados - Liberado de Pisa 002 – Geometría)



A la izquierda, hay un dibujo de dos dados. Los dados son cubos con un sistema especial de numeración en los que se aplica la siguiente regla: El número total de puntos en dos caras opuestas es siempre siete.

Abajo se pueden ver tres dados colocados uno encima del otro. El dado 1 tiene cuatro puntos en la cara de arriba.

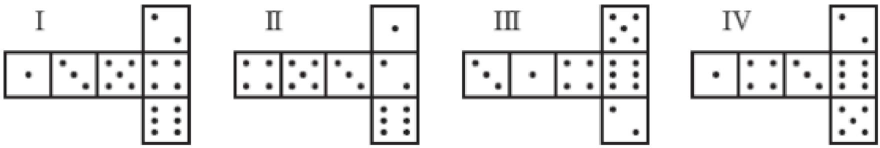
Pregunta 1



¿Cuántos puntos hay en total en las cinco caras horizontales que no se pueden ver (cara de abajo del dado 1, caras de arriba y de abajo de los dados 2 y 3)?

Pregunta 2

Puedes construir un dado sencillo cortando, doblando y pegando cartón. Estos dados se pueden hacer de muchas maneras. En el dibujo siguiente puedes ver cuatro recortes que se pueden utilizar para hacer cubos, con puntos en las caras. ¿Cuál de las siguientes figuras se puede doblar para formar un cubo que cumpla la regla de que la suma de caras opuestas sea 7? Para cada figura, rodea con un círculo Sí o No en la tabla de abajo.

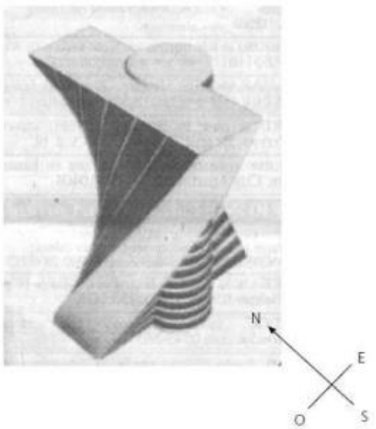


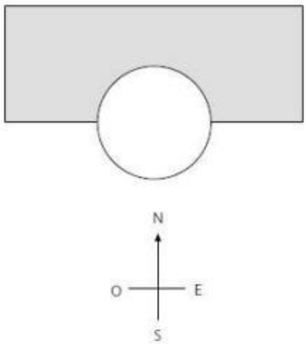
Forma	¿Cumple la regla de que la suma de los puntos de las caras opuestas es 7?
I	Sí / No
II	Sí / No
III	Sí / No
IV	Sí / No

Problema 8 (El edificio retorcido - Liberado de Pisa 003 – Geometría)

En la arquitectura moderna los edificios a menudo tienen formas inusuales. La imagen siguiente muestra un modelo diseñado por ordenador de un "edificio retorcido" y un plano de la planta baja. Los puntos cardinales muestran la orientación del edificio.

En la planta baja del edificio está la entrada principal y un espacio para tiendas. Por encima de la planta baja hay 20 plantas de viviendas.

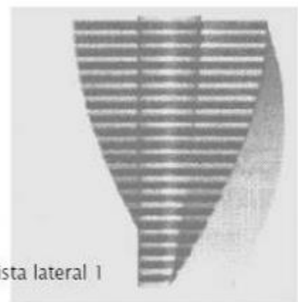




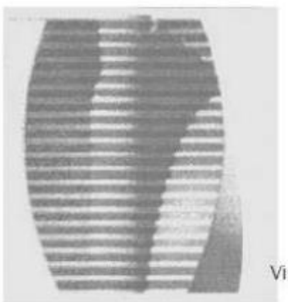
El plano de cada planta es similar al de la planta baja, pero la orientación de cada planta es ligeramente distinta a la de la planta inmediatamente inferior. En el cilindro se encuentran el hueco del ascensor y un espacio frente al ascensor para esperarlo en cada planta.

Pregunta 1

Calcula la altura total del edificio en metros. Explica cómo has hallado la respuesta. Las imágenes siguientes son vistas laterales del edificio retorcido.



Vista lateral 1



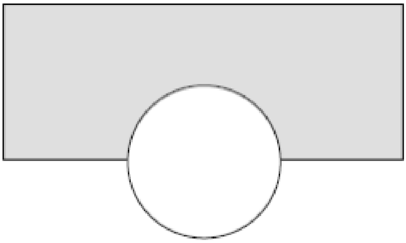
Vista lateral 2

Pregunta 2
¿Desde qué dirección se ha obtenido la vista lateral 1? A Desde el norte. B Desde el oeste. C Desde el este. D Desde el sur.

Pregunta 3
¿Desde dónde se ha obtenido la vista lateral 2? A) Desde el noroeste. B) Desde el nordeste. C) Desde el suroeste. D) Desde el sureste.

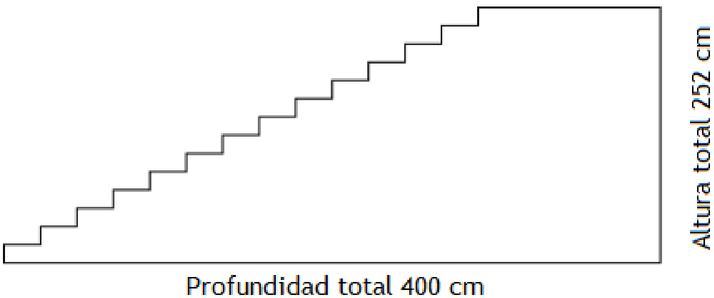
Pregunta 4
Cada planta de viviendas tiene cierta "torsión" con respecto a la planta baja. La última planta (la 20ª por encima de la planta baja) forma un ángulo recto con la planta baja.

La figura siguiente representa la planta baja.

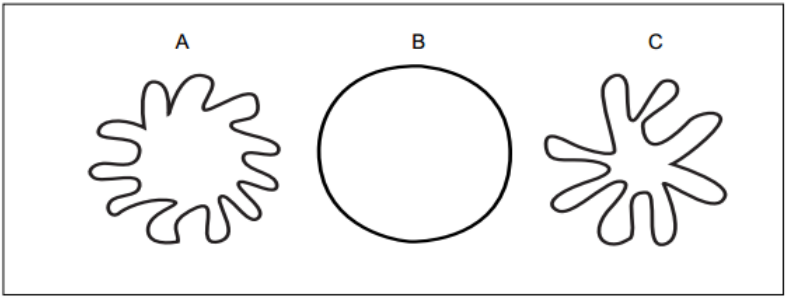


Dibuja en este mismo gráfico el plano de la 10ª planta, mostrando cómo queda situada con respecto a la planta baja.

Problema 9 (Escalera - Liberado de Pisa 004 – Geometría)
El esquema siguiente ilustra una escalera con 14 peldaños y una altura total de 252 cm. ¿Cuál es altura de cada uno de los 14 peldaños?



Problema 10 (Las figuras - Liberado de Pisa 005 – Geometría)



Pregunta 1
¿Cuál de las figuras tiene mayor área? Muestra tu razonamiento.

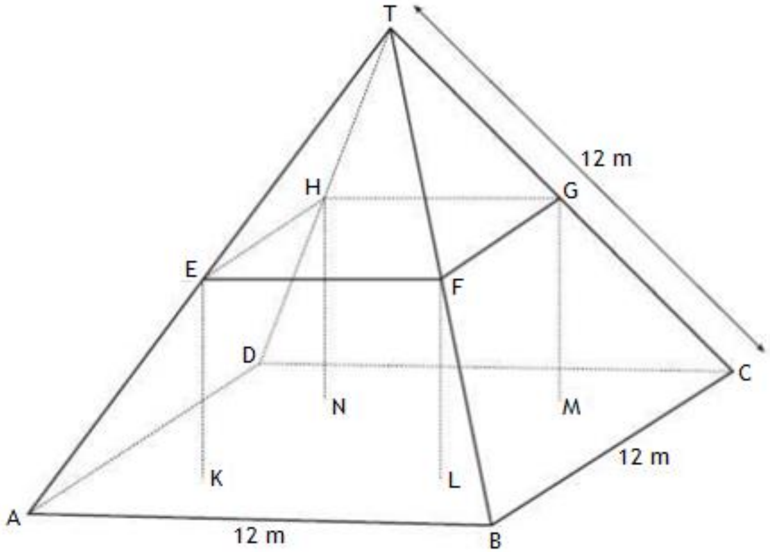
Pregunta 2
Describe un método para estimar el área de la figura C.

Pregunta 3
Describe un método para estimar el perímetro de la figura C.

Problema 11 (Granjas - Liberado de Pisa 006 – Geometría)

Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide

Debajo se muestra un modelo matemático del tejado de la casa con las medidas correspondientes.



La planta del ático, ABCD en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma cuadrangular) EFGHKLMN. E es el punto medio de AT, F es el punto medio de BT, G es el punto medio de CT y H es el punto medio de DT.

Todas las aristas de la pirámide miden 12 m de longitud.

Pregunta 1
Calcula el área del suelo del ático ABCD.

Pregunta 2
Calcula la longitud de EF, una de las aristas horizontales del bloque.

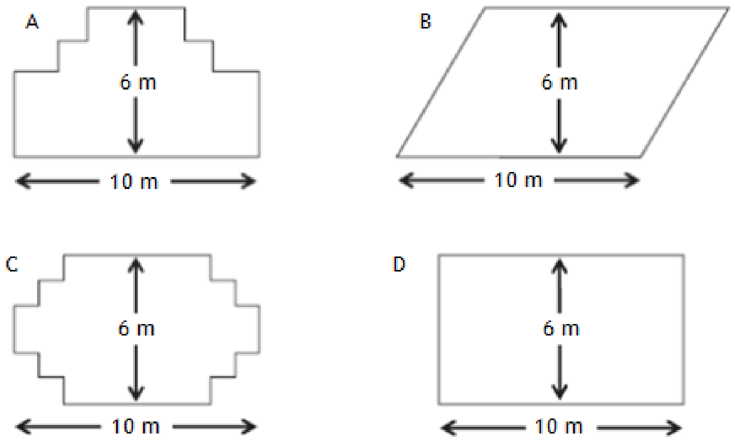
Problema 12 (Pizzas - Liberado de Pisa 008 - Geometría)

Una pizzería sirve dos pizzas redondas del mismo grosor y de diferente tamaño. La más pequeña tiene un diámetro de 30 cm y cuesta 30 euros. La mayor tiene un diámetro de 40 cm y cuesta 40 euros.

¿Qué pizza tiene mejor precio? Muestra tu razonamiento.

Problema 13 (Carpintero - Liberado de Pisa 001 - Funciones)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor del jardín. Está considerando los siguientes diseños para el jardín.

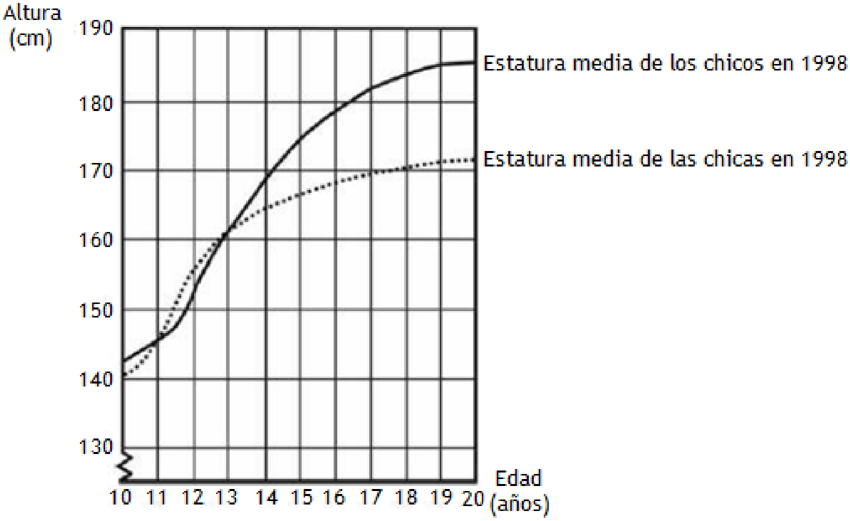


Rodea con una circunferencia Sí o No para indicar si, para cada diseño, se puede o no construir el jardín con los 32 metros de madera.

Diseño del jardín	¿Se puede construir el jardín con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	Sí / No
Diseño B	Sí / No
Diseño C	Sí / No
Diseño D	Sí / No

Problema 14 (Crecer - Liberado de Pisa 002 - Funciones)

La juventud se hace más alta. Las estaturas medias de los chicos y las chicas de Holanda en 1998 están representadas en el siguiente gráfico.



Pregunta 1

Desde 1980 la estatura media de las chicas de 20 años ha aumentado 2,3 cm, hasta alcanzar los 170,6 cm. ¿Cuál era la estatura media de las chicas de 20 años en 1980?

Pregunta 2

Explica cómo el gráfico muestra que la tasa de crecimiento de la estatura media de las chicas disminuye a partir de los 12 años en adelante.

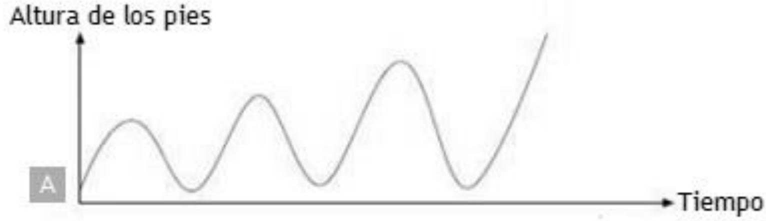
Pregunta 3

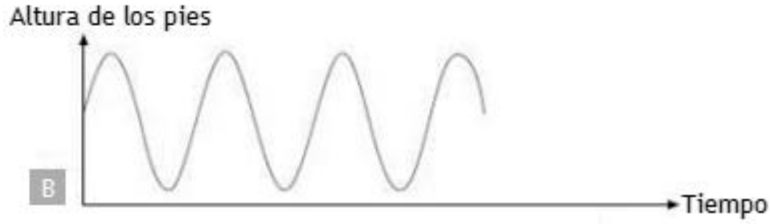
De acuerdo con el gráfico anterior, ¿en qué periodo de la vida las chicas son, por término medio, más altas que los chicos de su misma edad?

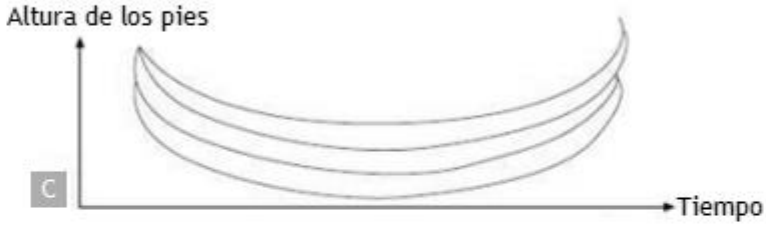
Problema 15 (El columpio - Liberado de Pisa 003 – Funciones)

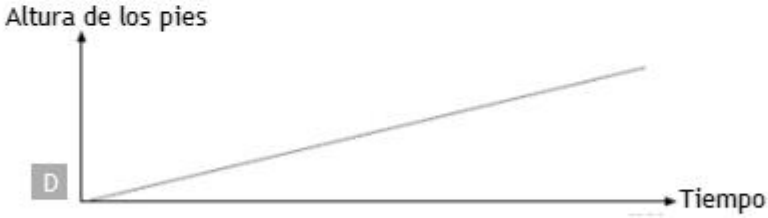
Mohammed está sentado en un columpio. Empieza a columpiarse. Está intentando llegar tan alto como le sea posible.

¿Cuál de estos gráficos representa mejor la altura de sus pies por encima del suelo mientras se columpia?



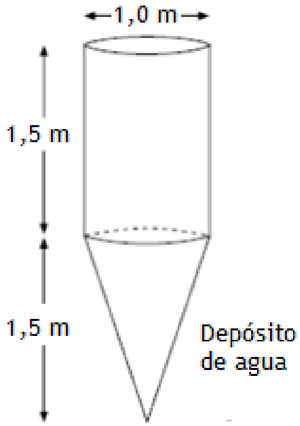




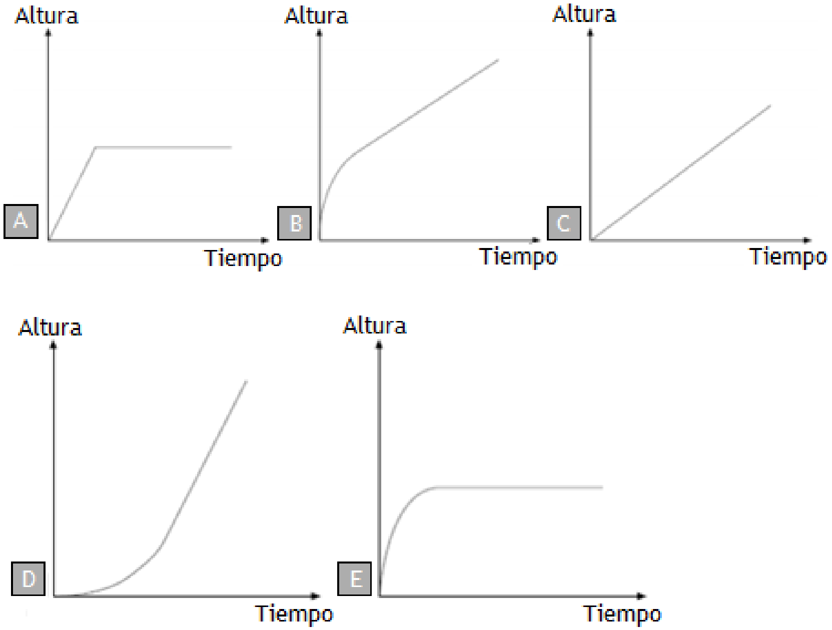


Problema 16 (El depósito de agua - Liberado de Pisa 004 – Funciones)

Un depósito de agua tiene la forma y dimensiones que se muestran en el dibujo. Inicialmente el depósito está vacío. Después se llena con agua a razón de un litro por segundo.



¿Cuál de los gráficos siguientes muestra la altura que alcanza la superficie del agua en la cisterna en función del tiempo?



Problema 17 (Basura - Liberado de Pisa 001 - Estadística)

Para hacer un trabajo en casa sobre el medio ambiente, unos estudiantes han recogido información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de basura que la gente desecha:

Tipos de basura	Tiempos de descomposición
Cáscara de banana	1 - 3 años
Cáscara de naranja	1 - 3 años
Cajas de cartón	0,5 años
Chicles	20 - 25 años
Periódicos	Unos pocos días
Vasos de plásticos	Más de 100 años

Un estudiante piensa en cómo representar los resultados mediante un diagrama de barras.

Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos.

Problema 18 (Estatura de alumnos - Liberado de Pisa 002 - Estadística)

Un día, en clase de matemáticas, se mide la estatura de todos los alumnos. La estatura media de los chicos es de 160 cm y la estatura media de las chicas es de 150 cm. Elena ha sido la más alta (mide 180 cm). Pedro ha sido el más bajo (mide 130 cm).

Dos estudiantes faltaron a clase ese día, pero fueron a clase al día siguiente. Se midieron sus estaturas y se volvieron a calcular las medias. Sorprendentemente, la estatura media de las chicas y la estatura media de los chicos no cambió.

¿Pueden deducirse de esta información las conclusiones siguientes?

Para cada conclusión, encierra en un círculo la palabra Sí o No.

Conclusión	¿Puede deducirse esta conclusión?
Los dos estudiantes son chicas.	Sí / No
Uno de los estudiantes es un chico y el otro es una chica.	Sí / No
Los dos estudiantes tienen la misma estatura.	Sí / No
La estatura media de todos los estudiantes no cambió.	Sí / No
Pedro sigue siendo el más bajo.	Sí / No

Problema 19 (Campeonato - Liberado de Pisa 001 – Combinatoria)

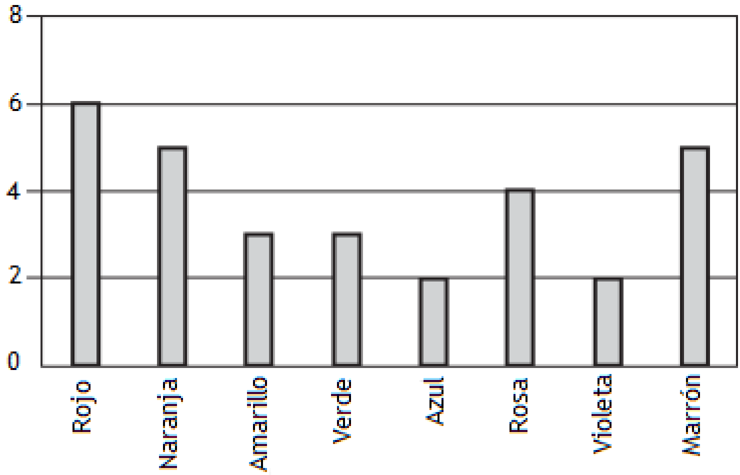
Tomás, Ricardo, Luis y David han formado un grupo de entrenamiento en un club de ping-pong. Cada jugador quiere jugar una vez contra cada uno de los otros jugadores. Han reservado dos mesas de ping-pong para estas partidas.

Completa la siguiente plantilla de partidas escribiendo los nombres de los jugadores que jugarán en cada partida.

	Mesa 1	Mesa 2
1ra Ronda	Tomás - Ricardo	Luis - David
2da Ronda	……. - ……..	……. - ……..
3ra Ronda	……. - ……..	……. - ……..

Problema 20 (Caramelos - Liberado de Pisa 001 – Probabilidad)

La madre de Roberto le deja extraer un caramelo de una bolsa. Él no puede ver los caramelos. El número de caramelos de cada color que hay en la bolsa se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuál es la probabilidad de que Roberto extraiga un caramelo rojo?

A) 10%

B) 20%

C) 25%

D) 50%

RESPUESTAS

P (Problema) – R (Respuesta)

P	R
101	D
102	A
103	E
104	C
105	D
106	C
107	C
108	E
109	A
110	72 cm^2
111	104 cm^2
112	160 cm^2
113	104 cm
114	D
115	D
116	D
117	D
118	E
119	A
120	B
121	D
122	5/12
123	8
124	90
125	E
126	E
127	C
128	B
129	E
130	C
131	C
132	B
133	B
134	B

P	R
201	F
202	F
203	15 cm
204	90º
205	D
206	C
207	B
208	A
209	C
210	B
211	E
212	A
213	C
214	24 cm^2
215	1,14 cm^2
216	22º
217	40 cm
218	B
219	B
220	D
221	D
222	C
223	C
224	D
225	C
226	B
227	D
228	B
229	B
230	$1,2 \cdot 10^{12}$ kg
231	E
232	A
233	E
234	C

P	R
301	B
302	D
303	C
304	B
305	E
306	D
307	n – 2
308	$4\sqrt{5}$
309	16
310	$6 + \pi$
311	E
312	C
313	C
314	D
315	D
316	92º
317	18 cm y 9 cm
318	C
319	C
320	D
321	C
322	A
323	C
324	C
325	A
326	C
327	C
328	D
329	C
330	C
331	138 600
332	$6,66 \cdot 10^{23}$ kg
333	$2,7 \cdot 10^{-8}$
334	17

P (Problema) – R (Respuesta)

P	R
135	C
136	E
137	A
138	B
139	C
140	D
141	12 años
142	17 años
143	42
144	57 000 G
145	7
146	2 200
147	16 días
148	78491526
149	B
150	A
151	C
152	C
153	E
154	E
155	C
156	C
157	
158	
159	
160	
161	
162	
163	

P	R
235	C
236	C
237	D
238	B
239	C
240	B
241	E
242	D
243	C
244	20
245	46
246	17
247	
248	1
249	m < 10
250	C
251	C
252	B
253	E
254	A
255	A
256	E
257	E
258	A
259	
260	
261	
262	
263	

P	R
335	B
336	D
337	E
338	B
339	D
340	B
341	C
342	B
343	D
344	5,976 · 1024 kg
345	3 072
346	279 600
347	804
348	4 036 081
349	C
350	D
351	B
352	D
353	D
354	E
355	C
356	E
357	D
358	A
359	D
360	D
361	D
362	
363	

P (Problema) – R (Respuesta)

P	R	P	R	P	R
164		264		364	
165		265		365	
166		266		366	
167	C	267		367	
168	B	268		368	
169	B	269	D	369	
170	D	270	A	370	C
171	E	271	A	371	D
172	D	272	20 M	372	C
173	E	273	35	373	B
174	C	274	B	374	D
175	B	275	C	375	A
176	B	276	B	376	C
177	A	277	D	377	E
178	A	278	A	378	C
179	C	279	A	379	D
180	D	280	D	380	B
181	B	281	C	381	A
182	B	282	D	382	C
183	C	283	B	383	
184	D	284	A	384	
185	D	285	D	385	
186	E	286	C	386	
187	A	287		387	
188	C	288		388	

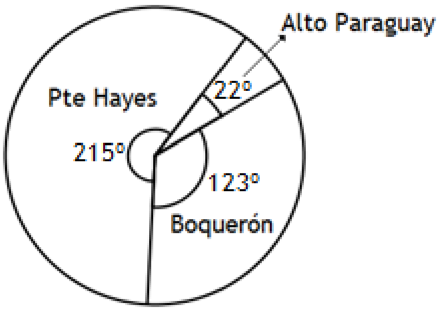
RESPUESTAS A PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA

Problema 157

Aparato	Conteo o tarja	Frecuencia absoluta
T	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$	20
D	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ //	12
P	//	2
K	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$	10
Q	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ /	11
R	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ ///	18
TOTAL		73

Problema 158



Problema 159

Asunción → 7,7 %

Central → 33,3 %

Alto Paraguay → 0,17 %

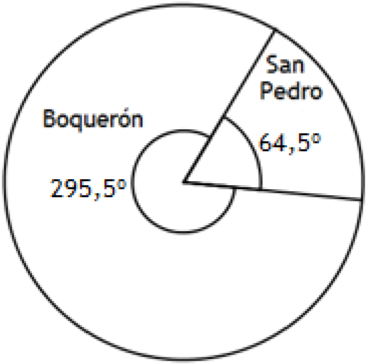
Problema 160

76,72 %

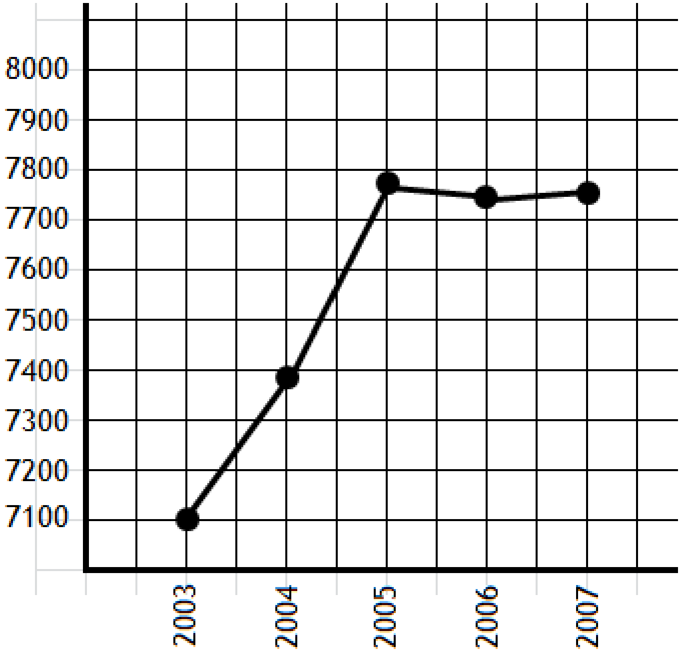
Problema 161

2 806,6 %

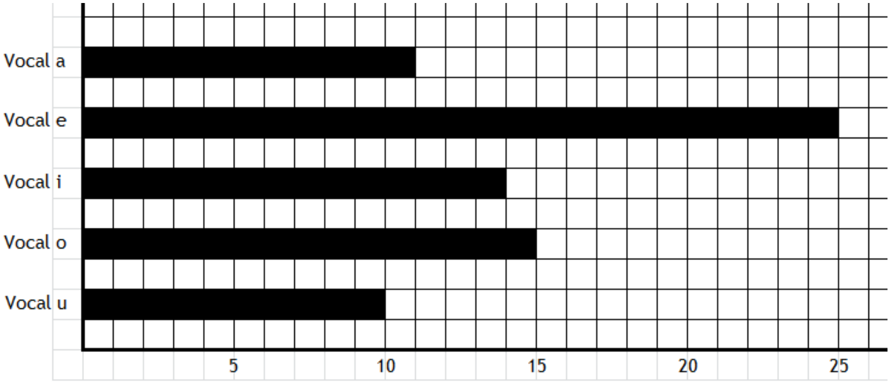
Problema 162



Problema 163



Problema 164



Problema 165

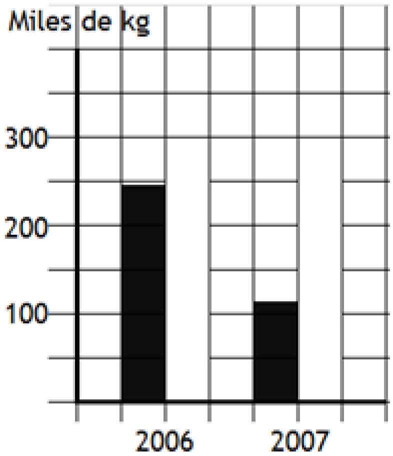


Gráfico 3

Problema 166

22 abdominales

Problema 259

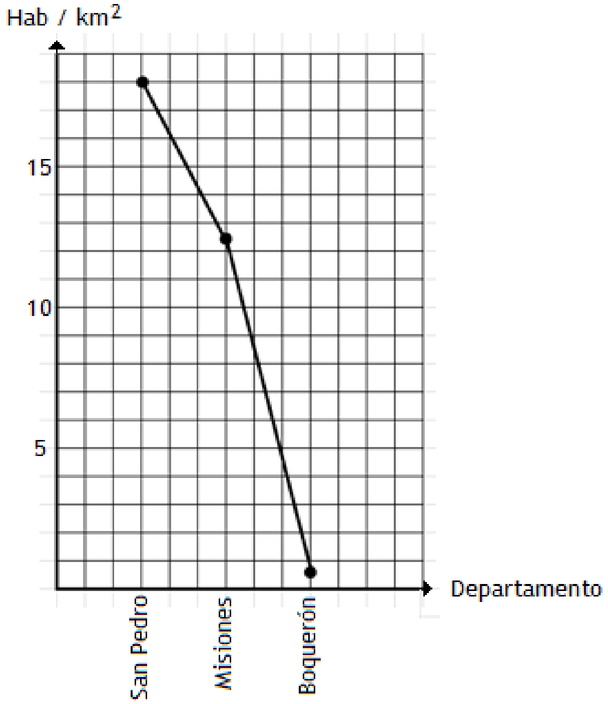
Hay 90 % menos de antenas parabólicas que de televisores

Problema 260

San Pedro $\rightarrow$ $18\ \frac{\text{hab}\cdot}{\text{km}^2}$

Misiones $\rightarrow$ $12{,}4\ \frac{\text{hab}\cdot}{\text{km}^2}$

Boquerón $\rightarrow$ $0{,}67\ \frac{\text{hab}\cdot}{\text{km}^2}$



Problema 261

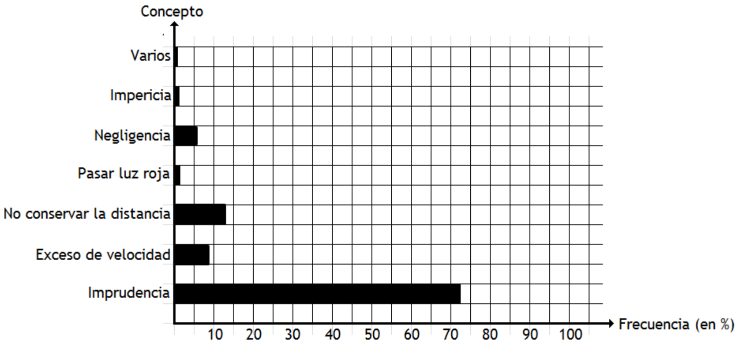
11 + 30 = 41

Problema 262

5 291,4

Problema 263

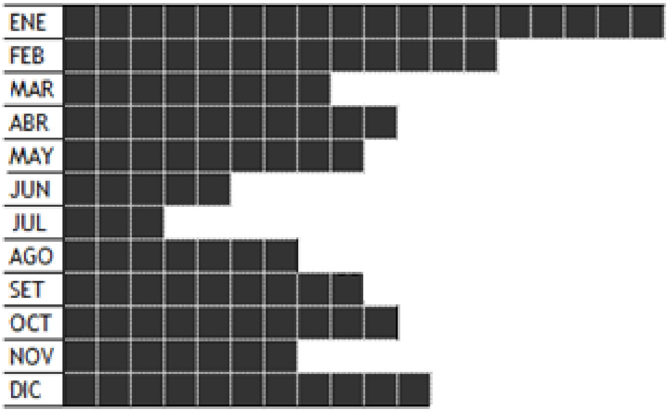
Concepto	Cantidad de accidentes	Frecuencia porcentual
Imprudencia	4 935	72,4 %
Exceso de velocidad	541	7,9 %
No conservar la distancia	872	12,8 %
Pasar luz roja	57	0,8 %
Negligencia	361	5,3 %
Impericia	36	0,5 %
Varios	19	0,3 %
TOTAL	6 821	100 %



Problema 264

22,1 °C ; 98,33 mm ; 26 °C

Problema 265



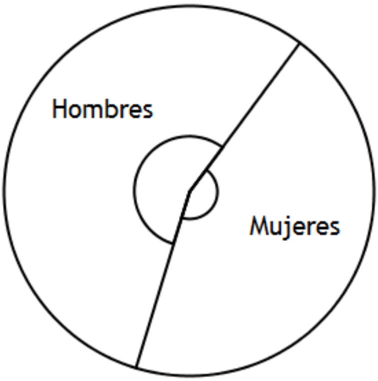
6 días

Problema 266

26 abdominales

Problema 267

58,3 %



Problema 268

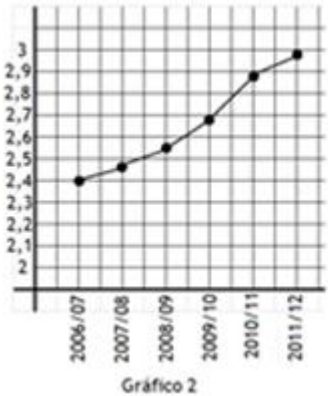
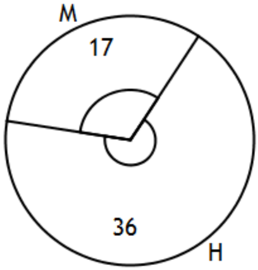


Gráfico 2

Problema 362

26,09 %



55,7 % ; 44,3 %

Problema 363

No varió el pasaje entre los años:

1990 y 1991 ; **1995 y 1996** ; **1998 y 1999**

El mayor aumento ocurrió entre los años:

2004 y 2005 (con 350 G)

El pasaje disminuyó entre los años:

2006 y 2007 (disminución de 100 G)

2008 y 2009 (disminución de 150 G)

Problema 364

2 655 419,33… hectáreas ; 2 620 529,5 hectáreas

Problema 365

Mes	Frecuencia	Frecuencia porcentual
Enero	18	16,4
Febrero	13	11,8
Marzo	8	7,3
Abril	10	9,1
Mayo	9	8,2
Junio	5	4,5
Julio	3	2,7
Agosto	7	6,4
Setiembre	9	8,2
Octubre	10	9,1
Noviembre	7	6,4
Diciembre	11	10
TOTAL	110	100,1

9,166… días ; 9 días ; la moda es trimodal: 7 , 9 , 10

Problema 366

98,33… ; la moda es bimodal 25 , 150 ; 75

Problema 367

$$\frac{3}{4}$$

Problema 368

$$\frac{7}{9}$$

Problema 369

$$\frac{5}{6}$$

RESPUESTAS A PROBLEMAS SELECCIONADOS DE PISA

Problema 1

Pregunta 1

10 de la mañana o 10:00

Pregunta 2

Cualquier hora o intervalo de tiempo que satisfaga las 9 horas de diferencia y que se encuentre dentro de uno de estos intervalos:

- Sydney: 4:30- 6:00 de la tarde; Berlín: 7:30- 9:00 de la mañana,

O BIEN

- Sydney: 7:00 - 8:00 de la mañana; Berlín: 10:00 - 11:00 de la noche,
- Sydney 17:00, Berlín 8:00.

NOTA: Si la respuesta es un intervalo, el intervalo completo debe satisfacer los requisitos. Si no se especifica por la mañana (AM) o por la tarde (PM), pero las horas se considerarán de otro modo como correctas, debe darse el beneficio de la duda a la respuesta y considerarla como correcta.

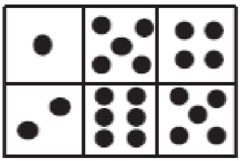
Problema 2

La respuesta es: **C) 20 000**

Problema 3

Fila superior (1 5 4).
Fila inferior (2 6 5).
También es aceptable la respuesta mostrando las caras de los dados

1	5	4
2	6	5



Problema 4

Pregunta 1

12 600 ZAR

Pregunta 2
975 SGD

Pregunta 3
- Sí, con una explicación adecuada.
- Sí; porque al disminuir el tipo de cambio (para 1 SGD) Mei-Ling recibe más dólares por sus rands sudafricanos.
- Sí, 4,2 ZAR por dólar daría como resultado 929 ZAR. (Nota: el estudiante escribió ZAR en vez de SGD, pero al haber hecho los cálculos correctamente y la comparación, puede ignorarse este error).
- Sí, porque recibió 4,2 ZAR por 1 SGD, y ahora solo tiene que pagar 4,0 ZAR para conseguir 1 SGD.
- Sí, porque es 0,2 ZAR más barato por cada SGD.
- Sí, porque cuando se divide entre 4,2 el resultado es más pequeño que cuando se divide entre 4.
- Sí, era en su favor porque si no hubiese bajado habría obtenido alrededor de 50 dólares menos.

Problema 5
5 estanterías.

Problema 6
Pregunta 1
C

Pregunta 2
Será más barato enviar los objetos en dos paquetes separados. El coste será de 1,71 zeds para dos paquetes separados, y de 1,75 zeds para un único paquete que contenga los dos objetos.

Problema 7
Pregunta 1
17

Pregunta 2
No, Sí, Sí, No, en este orden.

Problema 8

Pregunta 1

Máxima puntuación:

Se aceptan respuestas entre 50 y 90 metros si se da una explicación correcta. Por ejemplo:

- La altura aproximada de un piso del edificio es 2,5 metros. Hay algo de espacio extra entre pisos. Por tanto, un cálculo aproximado es 21 x 3 = 63 metros.

- Poniendo 4 m para cada planta, 20 de ellas hacen un total de 80 m, más 10 m por la planta baja, se obtiene un total de 90 m.

Puntuación parcial:

Explicación y método de cálculo correctos, pero se cuentan 20 plantas en lugar de 21. Por ejemplo:

- Cada vivienda podría medir 3,5 metros de alto, 20 plantas de 3,5 metros dan un total de 70 m de alto.

Pregunta 2

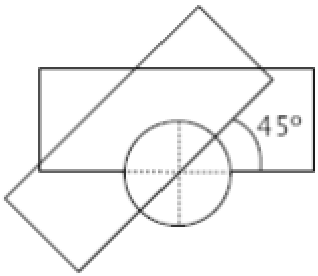
No, Sí, Sí, No, en este orden.

Pregunta 3

D: Desde el sureste

Pregunta 4

Un dibujo correcto, es decir, que el centro de rotación sea el correcto y el sentido de la rotación sea el contrario al de las agujas del reloj. Se aceptan ángulos de 40º a 50º.



Problema 9

18 cm

Problema 10

Pregunta 1

Respuestas que dan la figura B, apoyándose en un razonamiento convincente, por ejemplo:

"B. No tiene hendiduras que hacen decrecer el área. A y C tienen huecos."

"B, porque es un círculo completo, y los otras figuras parecen círculos con trozos extraídos"

Pregunta 2

Respuestas que proporcionan cualquier método razonable, tales como:

"Se dibuja una cuadrícula sobre la figura y se cuentan los cuadrados que tienen como mínimo rellena la mitad por la figura."

"Se recortan los brazos de la figura y se reagrupan las piezas con el fin de rellenar un cuadrado y entonces se mide el lado de este cuadrado."

"Se construye un recipiente de tres dimensiones que tenga como base la figura y se llena de agua. Se mide la cantidad de agua gastada y la profundidad del recipiente. El área se obtiene de esta información."

Pregunta 3

Respuestas que proporcionan cualquier método razonable, tal como:

"Se coloca un trozo de cuerda sobre el contorno de la figura y después se mide la longitud de la cuerda usada."

"Se divide la curva en pequeños trozos casi rectos y se unen todos ellos en línea, después se mide la longitud de esta línea."

"Se mide la longitud de alguno de los brazos para hallar un promedio para la longitud de los brazos, después se multiplica por 8 (número de brazos) × 2."

Problema 11

Pregunta 1

144 (las unidades no son necesarias)

Pregunta 2

6 (las unidades no son necesarias)

Problema 12

Respuestas que se basan en el razonamiento general de que el área de la superficie de la pizza aumenta más deprisa que el precio de la misma, concluyendo que la mayor es la mejor compra. Por ejemplo:

- El diámetro de las pizzas coincide con su precio, pero la cantidad de pizza obtenida es proporcional al cuadrado del diámetro, por tanto a mayor porción más cantidad de pizza por euro.

o,

Respuestas que calculan el área y la cantidad por euro para cada pizza, concluyendo que la pizza mayor es la mejor compra. Por ejemplo:

- El área de la pizza pequeña es $0{,}25 \times \pi \times 30 \times 30 = 225\pi$; la cantidad por euro es 23,6 cm2. El área de la pizza grande es $0.25 \times \pi \times 40 \times 40 = 400\pi$ la cantidad por euro es 31,4 cm2. Por tanto la pizza mayor tiene mejor precio.

Problema 13

Diseño A Sí
Diseño B No
Diseño C Sí
Diseño D Sí

Problema 14

Pregunta 1

168,3 cm (unidades ya dadas).

Pregunta 2

La clave es que la respuesta debe referirse al cambio de la pendiente del gráfico para las chicas. Esto puede hacerse explícita o implícitamente. Los códigos 11 y 12 son para la mención explícita de la fuerte pendiente de la curva del gráfico, mientras que el código 13 es para la comparación implícita utilizando la cantidad real de crecimiento antes y después de los 12 años de edad.

Código 11: Se refiere a la reducida pendiente de la curva a partir de los 12 años, utilizando lenguaje cotidiano, no lenguaje matemático.

- No sigue yendo hacia arriba, se endereza.
- La curva se nivela.
- Es más plana después de los 12.
- La curva de las chicas se hace uniforme y la de los chicos se hace más grande.
- Se endereza y el gráfico de los chicos sigue subiendo.

Código 12: Se refiere a la reducida pendiente de la curva a partir de los 12 años, utilizando lenguaje matemático.

- Se puede observar que el gradiente es menor.
- La tasa de cambio del gráfico disminuye a partir de los 12 años.
- El alumno calcula los ángulos de la curva con respecto al eje x antes y después de los 12 años.

En general, si se utilizan palabras como “gradiente”, “pendiente”, o “tasa de cambio”, considérese como utilización de lenguaje matemático.

Código 13: Comparación del crecimiento real (la comparación puede ser implícita).

- Desde los 10 a los 12 años el crecimiento es aproximadamente de 15 cm, aunque el crecimiento desde los 12 a los 20 es solo de alrededor de 17 cm.
- La tasa media de crecimiento desde los 10 a los 12 años es de alrededor de 7,5 cm por año, y de alrededor de 2 cm por año desde los 12 a los 20 años.

Pregunta 3
Máxima puntuación:

Código 21: Se proporciona el intervalo correcto, de 11 a 13 años.
- Entre la edad de 11 y 13.
- Desde los 11 a los 13 años, las chicas son más altas que los chicos como promedio.
- 11-13.

Código 22: Se afirma que las chicas son más altas que los chicos cuando tienen 11 y 12 años. (Esta respuesta es correcta en el lenguaje cotidiano, porque significa lo mismo que el intervalo de 11 a 13).
- Las chicas son más altas que los chicos cuando tienen 11 y 12 años.
- 11 y 12 años.

Puntuación parcial:

Código 11: Otros subconjuntos de (11, 12, 13), no incluidos en la sección de máxima puntuación.
- 12 a 13.
- 12.
- 13.
- 11.
- 11,2 a 12,8.

Problema 15
Gráfico A.

Problema 16
Gráfico B.

Problema 17 (Basura - Liberado de Pisa 001 - Estadística)
Razones basadas en la gran variación de los datos.
- La diferencia en la longitud de las barras en el diagrama de barras sería demasiado grande.
- Si haces una barra de 10 centímetros de longitud para el plástico, la de las cajas de cartón sería de 0,05 centímetros.

O BIEN

La razón se centra en la variabilidad de los datos de algunas categorías.

- La longitud de la barra para los vasos de plástico es indeterminada.
- No puedes hacer una barra para 1-3 años o una barra para 20-25 años.

Problema 18

No en todas las conclusiones.

Problema 19

Las cuatro partidas pendientes correctamente descritas y distribuidas en las rondas 2 y 3.

- Por ejemplo:

	Mesa 1	Mesa 2
1ra Ronda	Tomás - Ricardo	Luis - David
2da Ronda	Tomás - Luis	Ricardo - David
3ra Ronda	Tomás - David	Ricardo - Luis

Problema 20

B) 20%.