omapa

25.º OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL – NIVEL 1
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E – mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

Problema 1
Priscila tiene 17 años. Las edades de sus dos hermanos menores son números primos. El menor de sus hermanos tiene más de 9 años. ¿Cuál es la suma de las edades de los hermanos de Priscila?

Problema 2
La suma de 5 números naturales consecutivos es 100. ¿Cuál es el mayor de ellos?

Problema 3

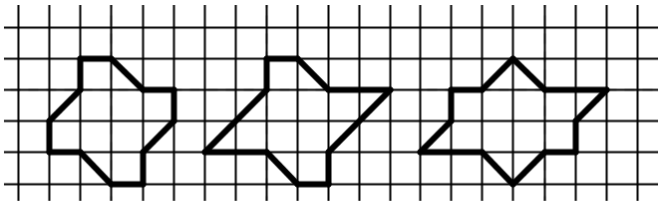


Figura 1 Figura 2 Figura 3

En la cuadrícula, todos los cuadraditos tienen área 1. ¿Cuáles de las figuras tienen área 11?

Problema 4

V = 1	L = 4	E = 7	N = 10	Y = 13
A = 2	B = 5	N = 8	O = 11	H = 14
S = 3	I = 6	P = 9	C = 12	Z = 15

Roberto tiene anotadas las equivalencias que se ven en el papel.
Él efectúa las operaciones que se indican a continuación y descubre la frase secreta. ¿Cuál es?

$3^2 + 5$	$2 \div 1$	$\sqrt{36} + \sqrt{100} - 1$	$2^2 \times 2 - 1$	$0 \div 4 + 4$	$\sqrt{25}$	$12 \div 2$	$4^2 - 3^2$	2^3

Problema 5
Los 40 estudiantes del 6.º Grado eligieron un delegado. Hubo cinco candidatos; el que ganó obtuvo 10 votos y no hubo dos candidatos con la misma cantidad de votos. Cada estudiante votó por un candidato.
¿Cuál es la mayor cantidad de votos que pudo tener el candidato que quedó último?

Problema 6
A partir de 2013, ¿en qué año ocurrirá lo siguiente por primera vez: *el producto de los dígitos del año es mayor que la suma de dichos dígitos*?

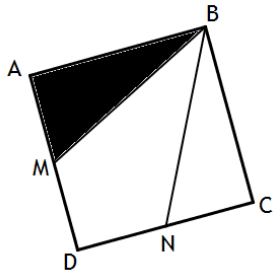
PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Juan tiene 5 tarjetas con las letras A , B , C , D y E escritas en cada una. ¿De cuántas formas puede Juan seleccionar tres tarjetas, de modo que las letras A y B nunca queden en el grupo elegido?

Solución

Respuesta:

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



En el cuadrado ABCD de la figura M es punto medio de AD y N es punto medio de DC.
El área pintada de negro es 16 cm^2.
¿Cuál es el área del cuadrilátero MBND?

Solución

Respuesta:

omapa

25.º OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL - NIVEL 2
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E - mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

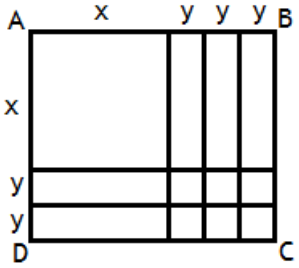
Problema 1

Felipe quiere armar un número de cinco dígitos de acuerdo a las siguientes condiciones:

- Ninguna cifra es impar y la primera cifra es un tercio de la quinta cifra y la mitad de la tercera cifra.
- La segunda cifra es la más pequeña de todas.

¿Cuál es la suma de la primera y la segunda cifra?

Problema 2



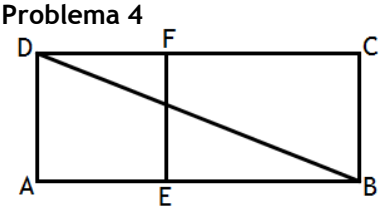
¿Cuántas de las siguientes expresiones representa el área del rectángulo ABCD?

- $xy^3 + xy^2$
- $x^2 + 5xy + 6y^2$
- $2x + y^3 + y^2$
- $(x + 3y)(x + 2y)$
- $2x + 5xy + 6y$

Problema 3

Helena quiere comprar tres varillas metálicas de igual longitud, para dividirlas en trozos de diferentes longitudes: una varilla en trozos de 8 cm, otra en trozos de 9 cm y la tercera en trozos de 15 cm, pero sin que en ninguna sobre ni falte nada. ¿Cuál es la menor longitud de las varillas?

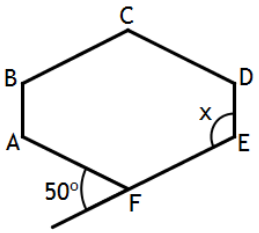
Problema 4



En la figura ADFE es un cuadrado y EFCB un rectángulo.
El perímetro de la figura ADCB es 70 cm y equivale a 7 veces la medida de BC.
¿Cuál es el área del triángulo DBC?

Problema 5

En el hexágono ABCDEF los lados opuestos son paralelos y además:
AB = ED y BC = CD = EF = FA. ¿Cuál es el valor de X?

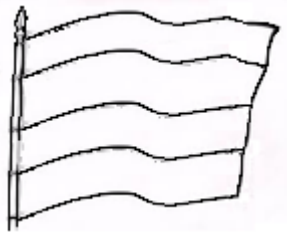


Problema 6

Si $100x^2 + 229x + 9 = (ax + b)(cx + d)$, siendo a , b , c y d enteros positivos, ¿cuáles SON LOS VALORES de $\frac{a \cdot b}{c}$?

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



Se fabrican banderas de cuatro franjas, usando los colores rojo, blanco y azul. Todas las banderas deben tener los tres colores, pero no puede haber dos franjas adyacentes con el mismo color.
¿Cuántas banderas diferentes se pueden fabricar?

Solución

Respuesta:

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Tenemos un cuadrado ABCD. En la región interior del cuadrado se construye un triángulo equilátero ABE. La bisectriz de $\mathrm{B\hat{A}E}$ corta a BC en F. Hallar la medida de $A\hat{\mathrm{F}}\mathrm{C}$.

Solución

Respuesta:

omapa

25.° OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL – NIVEL 3
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E – mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

Problema 1
Paola debe hallar valores positivos de A, de tal forma que (2 013 + A) sea divisible entre 73.
¿Cuál es la suma de los tres menores valores posibles de A?

Problema 2
¿Cuántos números primos pueden formarse sumando de a dos los números de la lista?

1 , 4 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 , 14 , 15

Problema 3
Hallar (p + q) en función de r y s; sabiendo que $r + s \neq 0$ y que:

$$rp + sq = r^2 + s^2 \quad y \quad sp + rq = 2\,rs$$

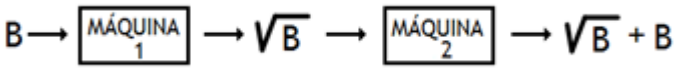
Problema 4
ABCDE es un pentágono regular. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al ángulo ACE?

$0° < A\hat{C}E \leq 15°$, $15° < A\hat{C}E \leq 30°$, $30° < A\hat{C}E \leq 45°$

$45° < A\hat{C}E \leq 60°$, $60° < A\hat{C}E \leq 75°$

Problema 5
¿Cuál es la mayor cantidad de cubos de 20 mm de arista que cabe en una bandeja cuadrada de 0,50 m de lado y 4 cm de alto?

Problema 6
¿Cuántos de los siguientes dígitos: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 ; pueden hacer funcionar el sistema con dos máquinas de operaciones, que solamente aceptan como entrada números naturales?



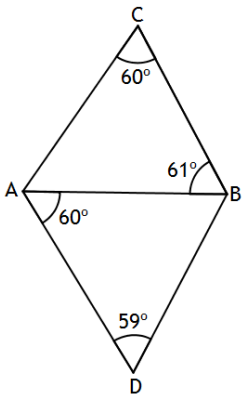
PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	
Problema 2	
Problema 3	
Problema 4	
Problema 5	
Problema 6	

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
El volumen de un paralelepípedo rectángulo es 2 013 y sus dimensiones son números enteros mayores que uno. ¿Cuál es la mayor área que puede tener una de sus caras?

Solución

Respuesta:

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



José quiso dibujar dos triángulos equiláteros juntos para obtener un rombo. Pero él no midió correctamente todas las distancias y, una vez terminado, José midió los cuatro ángulos y vio que no eran iguales. ¿Cuál de los cinco segmentos de la figura es el más largo?

Solución

Respuesta:

omapa

25.º OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL – NIVEL 1
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E – mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

Problema 1
Priscila tiene 17 años. Las edades de sus dos hermanos menores son números primos. El menor de sus hermanos tiene más de 9 años. ¿Cuál es la suma de las edades de los hermanos de Priscila?

Problema 2
La suma de 5 números naturales consecutivos es 100. ¿Cuál es el mayor de ellos?

Problema 3

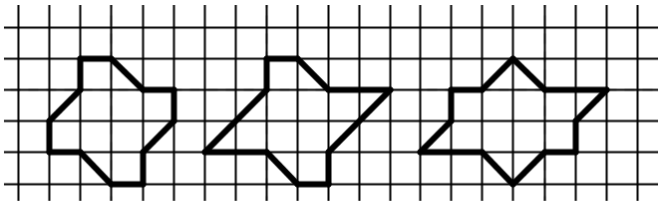


Figura 1 Figura 2 Figura 3

En la cuadrícula, todos los cuadraditos tienen área 1.
¿Cuáles de las figuras tienen área 11?

Problema 4

V = 1	L = 4	E = 7	N = 10	Y = 13
A = 2	B = 5	N = 8	O = 11	H = 14
S = 3	I = 6	P = 9	C = 12	Z = 15

Roberto tiene anotadas las equivalencias que se ven en el papel.
Él efectúa las operaciones que se indican a continuación y descubre la frase secreta. ¿Cuál es?

$3^2 + 5$	$2 \div 1$	$\sqrt{36} + \sqrt{100} - 1$	$2^2 \times 2 - 1$	$0 \div 4 + 4$	$\sqrt{25}$	$12 \div 2$	$4^2 - 3^2$	2^3

Problema 5
Los 40 estudiantes del 6.º Grado eligieron un delegado. Hubo cinco candidatos; el que ganó obtuvo 10 votos y no hubo dos candidatos con la misma cantidad de votos. Cada estudiante votó por un candidato.
¿Cuál es la mayor cantidad de votos que pudo tener el candidato que quedó último?

Problema 6
A partir de 2013, ¿en qué año ocurrirá lo siguiente por primera vez: *el producto de los dígitos del año es mayor que la suma de dichos dígitos*?

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	24
Problema 2	22
Problema 3	2 y 3
Problema 4	Haz el bien
Problema 5	6
Problema 6	2115

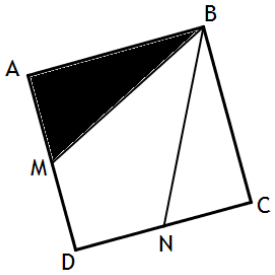
Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Juan tiene 5 tarjetas con las letras A , B , C , D y E escritas en cada una. ¿De cuántas formas puede Juan seleccionar tres tarjetas, de modo que las letras A y B nunca queden en el grupo elegido?

Solución
Vemos las distintas posibilidades comenzando por la que no tiene ni A ni B:

C D E
A C D
A C E
A D E
B C D
B C E
B D E

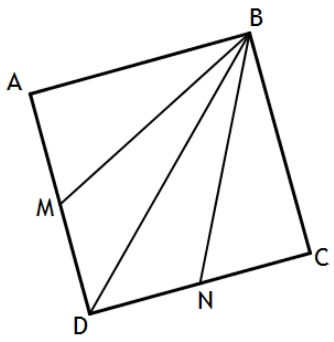
Respuesta:	7

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



En el cuadrado ABCD de la figura M es punto medio de AD y N es punto medio de DC.
El área pintada de negro es 16 cm^2.
¿Cuál es el área del cuadrilátero MBND?

Solución



Trazamos la diagonal BD. Vemos que los triángulos ABM y MAD tienen iguales su áreas por tener bases iguales (AM = MD por ser M punto medio) y la misma altura (AB).

Entonces, el área del triángulo MBD es 16 cm^2.

Los triángulos MBD y DBN también tienen áreas iguales, por la misma razón anterior.

Entonces, el área del cuadrilátero MBND es:

$$(MBND) = 16\ cm^2 \cdot 2 = \mathbf{32\ cm^2}$$

Respuesta:	32 cm^2

omapa

25.º OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL – NIVEL 2
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E – mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

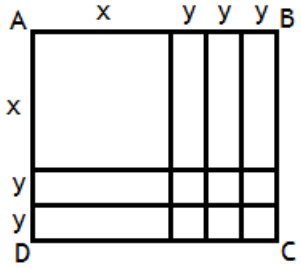
Problema 1

Felipe quiere armar un número de cinco dígitos de acuerdo a las siguientes condiciones:

- Ninguna cifra es impar y la primera cifra es un tercio de la quinta cifra y la mitad de la tercera cifra.
- La segunda cifra es la más pequeña de todas.

¿Cuál es la suma de la primera y la segunda cifra?

Problema 2



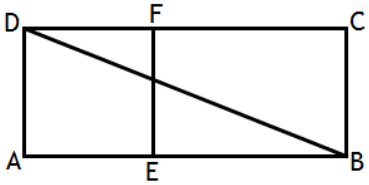
¿Cuántas de las siguientes expresiones representa el área del rectángulo ABCD?

- $xy^3 + xy^2$
- $x^2 + 5xy + 6y^2$
- $2x + y^3 + y^2$
- $(x + 3y)(x + 2y)$
- $2x + 5xy + 6y$

Problema 3

Helena quiere comprar tres varillas metálicas de igual longitud, para dividirlas en trozos de diferentes longitudes: una varilla en trozos de 8 cm, otra en trozos de 9 cm y la tercera en trozos de 15 cm, pero sin que en ninguna sobre ni falte nada. ¿Cuál es la menor longitud de las varillas?

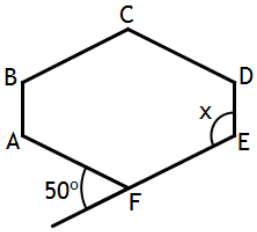
Problema 4



En la figura ADFE es un cuadrado y EFCB un rectángulo.
El perímetro de la figura ADCB es 70 cm y equivale a 7 veces la medida de BC.
¿Cuál es el área del triángulo DBC?

Problema 5

En el hexágono ABCDEF los lados opuestos son paralelos y además:
AB = ED y BC = CD = EF = FA. ¿Cuál es el valor de X?

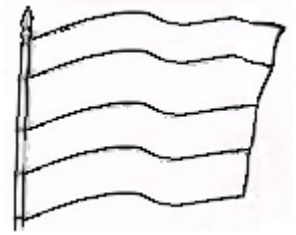


Problema 6

Si $100x^2 + 229x + 9 = (ax + b)(cx + d)$, siendo a , b , c y d enteros positivos, ¿cuáles SON LOS VALORES de $\frac{a \cdot b}{c}$?

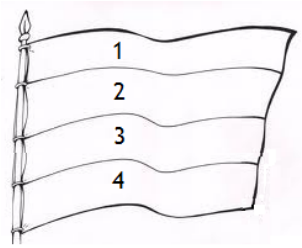
PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	2
Problema 2	2
Problema 3	360 cm
Problema 4	$125\ cm^2$
Problema 5	115º
Problema 6	$\frac{36}{25}$ y $\frac{25}{4}$

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



Se fabrican banderas de cuatro franjas, usando los colores rojo, blanco y azul. Todas las banderas deben tener los tres colores, pero no puede haber dos franjas adyacentes con el mismo color.
¿Cuántas banderas diferentes se pueden fabricar?

Solución



Como disponemos de tres colores y la bandera tiene cuatro franjas, hay un color que estará repetido.

Supongamos que se repita el rojo. Las posibilidades son:

R	R	R	R	A	B
A	B	A	B	R	R
R	R	B	A	B	A
B	A	R	R	R	R

Tenemos 6 posibilidades.

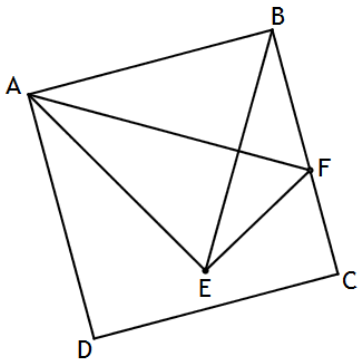
Como también el blanco y el azul se pueden repetir, la cantidad de posibilidades es:

$$6 \times 3 = \mathbf{18}$$

Respuesta:	18

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Tenemos un cuadrado ABCD. En la región interior del cuadrado se construye un triángulo equilátero ABE. La bisectriz de $\mathrm{B\hat{A}E}$ corta a BC en F. Hallar la medida de $A\hat{F}C$.

Solución



Como AF es bisectriz, tenemos:

$$\mathrm{B\hat{A}F} = \mathrm{F\hat{A}E} = 30°$$

En el triángulo rectángulo ABF tenemos:

$$\mathrm{A\hat{F}B} = 90° - 30° = 60°$$

Entonces:

$$\mathrm{A\hat{F}C} = 180° - 60° = \mathbf{120°}$$

Respuesta:	120°

omapa

25.º OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
CUARTA RONDA DEPARTAMENTAL – NIVEL 3
17 de agosto de 2013

Nombre y Apellido:. . . . . **Puntaje:**

Colegio: . . . . . **Grado/Curso:**. . . . . **Sección:** . . . .

Ciudad:. . . . . **Departamento:** . . . . . .

Teléfono: . . . . . **E – mail:** . . . . . .

Fecha de nacimiento: . . . . . **Cédula de Identidad:** . . . . . .

Los dibujos *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos, sacar conclusiones y así tratar de encontrar la solución del problema.

Tienes 2 horas 30 minutos para resolver los problemas. En los problemas del 1 al 6 escribe la respuesta de cada problema en la tabla que tienes a continuación del problema 6. En los problemas 7 y 8 debes explicar detalladamente el proceso de solución. No se permite el uso de calculadora. Éxito y que te diviertas.

Problema 1
Paola debe hallar valores positivos de A, de tal forma que (2 013 + A) sea divisible entre 73.
¿Cuál es la suma de los tres menores valores posibles de A?

Problema 2
¿Cuántos números primos pueden formarse sumando de a dos los números de la lista?

1 , 4 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 , 14 , 15

Problema 3
Hallar (p + q) en función de r y s; sabiendo que $r + s \neq 0$ y que:

$$rp + sq = r^2 + s^2 \quad y \quad sp + rq = 2\,rs$$

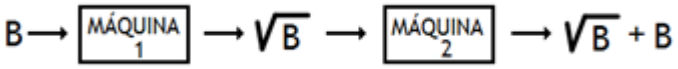
Problema 4
ABCDE es un pentágono regular. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al ángulo ACE?

$0° < A\hat{C}E \leq 15°$, $15° < A\hat{C}E \leq 30°$, $30° < A\hat{C}E \leq 45°$

$45° < A\hat{C}E \leq 60°$, $60° < A\hat{C}E \leq 75°$

Problema 5
¿Cuál es la mayor cantidad de cubos de 20 mm de arista que cabe en una bandeja cuadrada de 0,50 m de lado y 4 cm de alto?

Problema 6
¿Cuántos de los siguientes dígitos: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 ; pueden hacer funcionar el sistema con dos máquinas de operaciones, que solamente aceptan como entrada números naturales?



PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	312
Problema 2	8
Problema 3	r + s
Problema 4	$30° < A\hat{C}E \leq 45°$
Problema 5	1 250
Problema 6	2

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
El volumen de un paralelepípedo rectángulo es 2 013 y sus dimensiones son números enteros mayores que uno. ¿Cuál es la mayor área que puede tener una de sus caras?

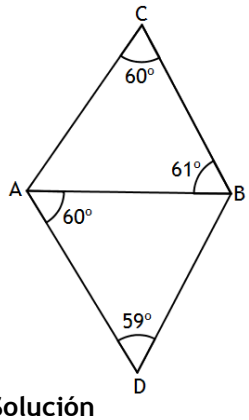
Solución
Como 2 013 = 3 × 11 × 61, estos números son las tres dimensiones del paralelepípedo.

El área mayor es:

$$11 \times 61 = \mathbf{671}$$

Respuesta:	671

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



José quiso dibujar dos triángulos equiláteros juntos para obtener un rombo. Pero él no midió correctamente todas las distancias y, una vez terminado, José midió los cuatro ángulos y vio que no eran iguales. ¿Cuál de los cinco segmentos de la figura es el más largo?

Solución
En el triángulo ABD:

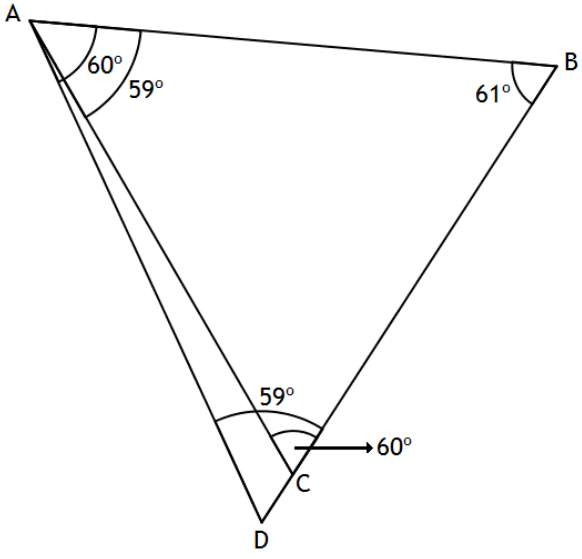
$$A\hat{B}D = 180º - \left(B\hat{A}D + A\hat{D}B\right) = 180° - (60° + 59°) = 61°$$

En el triángulo ACB:

$$C\hat{A}B = 180º - \left(A\hat{C}B + C\hat{B}A\right) = 180° - (60° + 61°) = 59°$$

Se puede pensar según esto que los dos triángulos son iguales.

Vamos a analizar esta situación:



Si consideramos el triángulo ACB, el ángulo mayor es 61° y como a mayor ángulo se opone mayor lado, el lado AC es el mayor de los tres lados.

En el triángulo ABD el lado mayor es AD por la misma razón.

Como en el vértice B los dos ángulos miden 61°, si giramos el triángulo ABC, alrededor del eje AB, el segmento BC seguirá la dirección del segmento BD.

Entonces, el punto B se ubica en algún lugar sobre el segmento BD, entre B y D.

Por lo tanto, al comparar AD con AC se tiene:

$$AD > AC$$

Respuesta:	El segmento mayor es AD