omapa

NIVEL 1
6.º y 7.º Grado

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 1
Calcular el valor de la expresión: (214 – 213) + (999 – 998) + 1 × 200 + 0 × 100.

Problema 2
Entre 10 y 20 hay números que son divisibles sólo por 1 y por sí mismos. ¿Cuál es la suma de esos números?

Problema 3
María tiene 20 figuritas en su colección y Pablo tiene 12 figuritas más que María. Luisa tiene doble cantidad de figuritas que María y Pablo juntos. ¿Cuántas figuritas tiene Luisa?

Problema 4

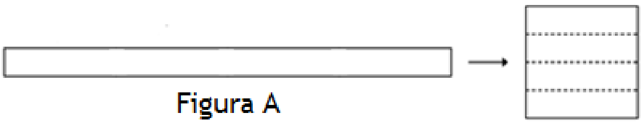


Figura A

Figura B

La tira de papel que se ve en la figura A tiene 272 cm de perímetro. Rafael corta la tira en 4 partes iguales y se da cuenta que con los 4 pedazos puede armar un cuadrado (figura B). ¿Cuántos centímetros mide el lado del cuadrado?

Problema 5
Si Ana y Betina juntan sus billetes, tendrán lo mismo que tiene Carlos. Pero, si Carlos y Ana juntan sus billetes, tendrán el doble que Betina. Ninguno de los amigos tiene más de 8 000 G ni menos de 1 000 G.
¿Cuántos guaraníes tiene Betina?

Problema 6
Un comerciante envasa agua mineral en botellas de 1 litro, 2 litros y 5 litros. El comerciante quiere envasar 48 litros de agua usando la menor cantidad posible de botellas.
¿Cuántas botellas de 2 litros usará?

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	202
Problema 2	60
Problema 3	104
Problema 4	32 ó 32 cm
Problema 5	4 000 ó 4 000 G
Problema 6	1

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Dentro de una caja de zapatos hay 4 cajas rojas. En cada caja roja hay 3 cajas azules y en cada caja azul hay 10 fósforos. Todas las cajas están cerradas.
¿Cuál es la menor cantidad de cajas que deben abrirse para tener 50 fósforos sueltos?

Solución
Lo primero que tenemos que abrir es la caja de zapatos. Contabilizamos 1 caja.

Luego abrimos una caja roja y sacamos las 3 cajas azules que están adentro. Abrimos cada una de las cajas azules y tenemos 30 fósforos. Contabilizamos:

$$1 + 3 \quad \rightarrow \quad 4 \text{ cajas}$$

Entonces, abriendo 5 cajas se obtienen 30 fósforos.

Ya tenemos abierta la caja de zapatos y usamos solamente una caja roja. Necesitamos abrir otra caja roja y sacamos las 3 cajas azules. Abrimos 2 de ellas y obtenemos 20 fósforos con lo cual completamos los 20 que nos faltan. Contabilizamos:

$$1 + 2 \quad \rightarrow \quad 3 \text{ cajas}$$

En total:

1 caja de zapatos + 2 cajas rojas + 5 cajas azules → **8 cajas**

Respuesta: 8

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por explicar que abriendo 4 cajas se tienen 30 fósforos. 1 punto
- Por descubrir que con 3 cajas más se tienen 20 fósforos. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Hay varias formas de obtener 2 012 multiplicando cuatro números naturales. ¿Cuáles son todas las sumas posibles de esos 4 números naturales?

Solución
Como $2\,012 = 2^2 \times 503$, los factores son:

$1 \times 1 \times 1 \times 2\,012 = 2\,012$
$1 \times 1 \times 2 \times 1\,006 = 2\,012$
$1 \times 2 \times 2 \times 503 = 2\,012$
$1 \times 1 \times 4 \times 503 = 2\,012$

Y la suma:

$1 + 1 + 1 + 2\,012 =$ **2 015**
$1 + 1 + 2 + 1\,006 =$ **1 010**
$1 + 2 + 2 + 503 =$ **508**
$1 + 1 + 4 + 503 =$ **509**

Respuesta: 508 , 509 , 1 010 y 2 015

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

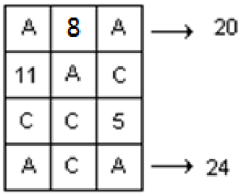
- Por descubrir la presencia del factor 1. 1 punto
- Por calcular al menos dos de las sumas. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

NIVEL 2

8.º y 9.º Grado

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 1



En la cuadrícula 4 por 3 de la figura, letras iguales representan números iguales.

Además, están indicadas las sumas de los números de dos de las filas.

¿Cuál es el valor numérico de (A + C)?

Problema 2
Rubén factoriza la siguiente expresión: $x^2 - 81$ y obtiene dos binomios.
Carla copia los dos binomios en su cuaderno y los suma. ¿Qué resultado obtiene Carla?

Problema 3
En una cena hay dos varones más que mujeres. En total hay 10 invitados. ¿Cuántos son varones?

Problema 4
Cada uno de los números 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11; sin repetir, se ubican en cada una de las casillas. ¿Cuál es el mayor resultado que se puede obtener?

$$\square \times \square + \square \times \square + \square \times \square =$$

Problema 5

Celia tira dos dados simultáneamente y suma los valores obtenidos.
¿Cuántas sumas impares diferentes puede conseguir?

Problema 6
159 chicos quieren ir de excursión de fin de año, y en la empresa de transporte sólo hay colectivos para 13 y para 17 pasajeros cada uno. ¿Cuántos colectivos necesitan para poder viajar todos, sin que queden lugares libres?

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	18
Problema 2	2 x
Problema 3	6
Problema 4	137
Problema 5	5
Problema 6	11

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
En la Ceremonia de Clausura de la Ronda Final de la Olimpiada Juvenil de Matemática, cada estudiante debe estar acompañado de su docente y su director. Cada docente tiene hasta 20 estudiantes a su cargo; y cada director acompaña hasta a 3 docentes.
Si asistieron 270 estudiantes, ¿cuál es la menor cantidad de personas (contando directores, docentes y estudiantes) que estuvieron en la Ceremonia de Clausura?

Solución
Hacemos una aproximación efectuando la división:

$$270 \div 20 = 13{,}3$$

O sea que tenemos: 14 docentes: 13 con 20 estudiantes y 1 con 10 estudiantes.

Para distribuir directores y docente hacemos la siguiente división:

$$14 \div 3 = 4{,}67$$

Entonces tenemos 5 directores: 4 con 3 docentes y 1 con 2 docentes.

El total de personas participantes es:

$$270 + 14 + 5 = \mathbf{289}$$

Respuesta: 289

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por descubrir la cantidad mínima de docentes. 1 punto
- Por calcular la cantidad mínima de directores. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
A , B , C , D , E , F , y G son enteros positivos desiguales entre sí y menores que 10. Si se tiene que:

$$A - B = C \div D = E \times F = E + G = F.$$

Encontrar el valor de: A + B + C + D + E + F + G.

Solución
Podemos ver que en $E \times F = F$, $E = 1$.

Entonces:

$$E + G = F \quad \Rightarrow \quad F = G + 1$$

Por otro lado:

$$\frac{C}{D} = G + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{D} \neq 2$$

El valor de $\frac{C}{D}$ puede ser 3 ó 4. Luego:

$$\frac{C}{D} = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{D} = \frac{6}{2} \quad \Rightarrow \quad C = 6 \text{ , } D = 2 \text{ y } G = 2 \text{ (imposible)}$$

Luego:

$$\frac{C}{D} = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{D} = \frac{8}{2} \quad \Rightarrow \quad C = 8 \text{ , } D = 2 \text{ y } G = 3$$

Si G = 3, tenemos:

$$F = G + 1 = 4$$

Ya usamos los números 1 , 2 , 3 , 4 , 8. Sobran 5 , 6 , 7 , 9

Como A – B = 5 tenemos:

$$A = 9 \text{ y } B = 5$$

Luego:

$$A + B + C + D + E + F + G = 9 + 5 + 8 + 2 + 1 + 4 + 3 = \mathbf{32}$$

Respuesta: 32

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por descubrir que $\frac{C}{D} \neq 2$. 1 punto
- Por hallar al menos 5 valores. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 1
Un número natural N se divide por un número de un solo dígito, obteniéndose como resto 7 y como cociente 27.
¿Cuál es el menor valor posible de N?

Problema 2
Miguel puede envasar 1 litro de la leche que produce en su granja llenando 2 botellas grandes, ó 4 botellas medianas, ó 5 botellas chicas; mientras que para 1 litro de miel llena 2 botellas grandes.
Una señora le compra, entre leche y miel, 14 litros. Si la señora compró 2 docenas de botellas medianas de leche, ¿cuántas botellas grandes de miel compró?

Problema 3
Paulina tiene 170 000 G, en 7 billetes. Hay 6 billetes repetidos. ¿Cuál es el billete no repetido?

Problema 4
En un cilindro de 64 de área total se cumple que:

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{h}=\frac{1}{4}$$ (r: radio de la base , h: altura del cilindro)

Calcular el volumen del cilindro.

Problema 5
En un triángulo equilátero PQR de lado 20 cm, se traza AB $\parallel$ QR. Los puntos A y B están sobre los segmentos PQ y PR respectivamente. El perímetro del trapecio ABRQ es 49 cm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo PAB?

Problema 6

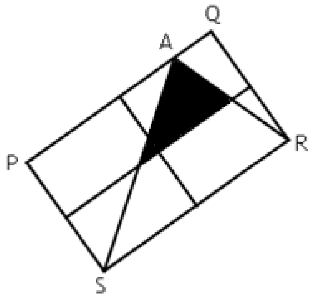
9					2					A

En cada casilla de la figura se escribe un número entero, tal que la suma de los tres números escritos en tres casillas consecutivas sea siempre igual a 7.
¿Qué número representa la A?

PROBLEMAS	RESPUESTAS
Problema 1	223
Problema 2	16
Problema 3	50 000 ó 50 000 G
Problema 4	128
Problema 5	33
Problema 6	-4

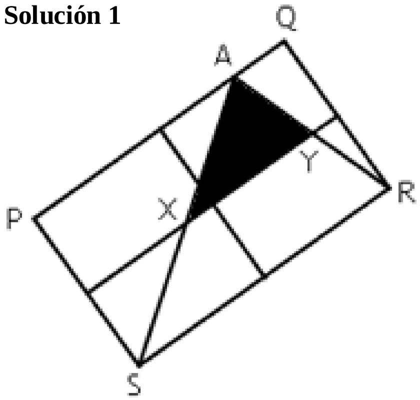
24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 7 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)



Se tiene el rectángulo PQRS formado por 4 rectángulos pequeños iguales.
El punto A pertenece al segmento PQ.
El área de la superficie pintada de negro es 6.
¿Cuál es el área de uno de los rectángulos pequeños?

Solución 1



En el triángulo SAR, X e Y son puntos medios. Por lo tanto, el área del triángulo XAY es la cuarta parte del área del triángulo SAR. Luego:

$$(SAR) = 4\ (XAY) = 4 \cdot 6 = 24$$

Por otro lado, el área del triángulo SAR es la mitad del área del paralelogramo PQRS. Entonces:

$$(PQRS) = 2\ (SAR) = 2 \cdot 24 = 48$$

Y el área de uno de los rectángulos pequeños:

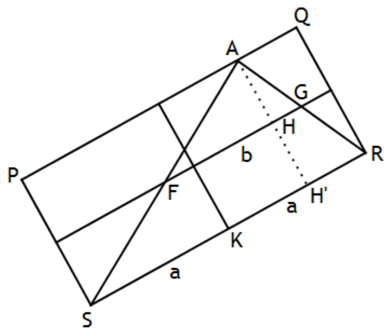
$$48 \div 4 = \mathbf{12}$$

Respuesta: 12

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por calcular el área del triángulo SAR. 1 punto
- Por calcular el área del rectángulo PQRS. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

Solución 2



Sean FG = b, SK = KR = a , AH = h y m el área del rectángulo PQRS.

El área del triángulo FAG es:

$$(FAG) = \frac{b \times h}{2} = 6 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{12}{h} \quad (1)$$

El área de uno de los rectángulos pequeños es:

$$a \cdot h = \frac{m}{4} \quad (2)$$

Considerando el trapecio FGRS y el triángulo SAR, tenemos:

$$(FGRS) = \frac{2\,a + b}{2} \cdot h \quad ; \quad (SAR) = \frac{m}{2} \quad (3)$$

Por otro lado:

$$(SAR) = (FAG) + (FGRS) \quad \Rightarrow \quad (SAR) = 6 + \frac{2\,a + b}{2} \cdot h$$

Teniendo en cuenta (3):

$$(SAR) = 6 + \frac{2a + b}{2} \cdot h = \frac{m}{2} \quad \Rightarrow \quad h(2a + b) + 12 = m$$

Reemplazando b por (1):

$$h\left(2a + \frac{12}{h}\right) + 12 = m$$

$$2ah + 24 = m$$

Por (2) tenemos:

$$2 \cdot \frac{m}{4} + 24 = m \quad \Rightarrow \quad m + 48 = 2m \quad \Rightarrow \quad m = 48$$

Y el área de uno de los rectángulos pequeños:

$$48 \div 4 = \mathbf{12}$$

Respuesta: 12

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por determinar que el área de uno es rectángulo pequeños es $\frac{1}{4}$ del área del rectángulo PQRS. 1 punto
- Por establecer que (SAR) = (FAG) + (FGRS). 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

Problema 8 (3 puntos) (Respuesta correcta: 1 punto ; Solución explicada: 2 puntos)
Se tienen dos números A y B tales que: $A + B = 16$; $\frac{A}{B} + \frac{B}{A} = \frac{10}{3}$. Hallar el producto A · B.

Solución 1
Al efectuar la suma en la segunda igualdad, en el denominador aparecerá el producto que buscamos:

$$\frac{A^2 + B^2}{A \cdot B} = \frac{10}{3}$$

Elevamos al cuadrado la primera igualdad:

$$(A + B)^2 = 256 \quad \Rightarrow \quad A^2 + 2\,A\,B + B^2 = 256 \quad \Rightarrow \quad A^2 + B^2 = 256 - 2\,AB$$

Reemplazando esto en la igualdad anterior:

$$\frac{256 - 2\,AB}{A \cdot B} = \frac{10}{3} \quad \Rightarrow \quad 768 - 6\,A\,B = 10\,A\,B$$

$$16\,A\,B = 768 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A\,B = 48}$$

Respuesta: 48

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por descubrir que el producto A . B se encuentra sumando las fracciones. 1 punto
- Por descubrir que debe elevarse al cuadrado A + B. 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto

Solución 2
Tenemos:

$$A + B = 16 \quad \Rightarrow \quad B = 16 - A$$

Entonces:

$$\frac{A}{16 - A} + \frac{16 - A}{A} = \frac{10}{3}$$

$$3\,A^2 + 3\,(256 - 32\,A + A^2) = 10\,A\,(16 - A)$$

$$3\,A^2 + 768 - 96\,A + 3\,A^2 = 160\,A - 10\,A^2 \quad \Rightarrow \quad 16\,A^2 - 256\,A + 768 = 0$$

$$A^2 - 16\,A + 48 = 0 \quad \Rightarrow \quad (A - 12)\,(A - 4) = 0 \text{ ó aplicar la fórmula}$$

Si A = 12 , B = 4; si A = 4 , B = 12

Entonces: A · B = **48**

Respuesta: 48

24ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
4ª RONDA DEPARTAMENTAL – 11 de agosto de 2012

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

- Por llegar a una ecuación de segundo grado. 1 punto
- Por resolver la ecuación de segundo grado 1 punto
- Por dar la respuesta correcta. 1 punto