

23.ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA
5.ª RONDA FINAL - 15 de octubre de 2011

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido:

Colegio: Grado/Curso:

Fecha de nacimiento: Cédula de Identidad:

E-mail: Teléfono:

Ciudad: Departamento:

Los dibujos correspondientes a los problemas de Geometría, *no están hechos a medida ni a escala*, por lo tanto no deben utilizarse para medirlos y así tratar de encontrar la solución del problema.

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. No está permitido el uso de la calculadora. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

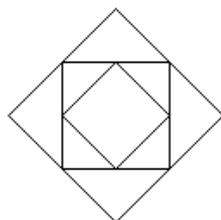
Las entradas para el Circo Alegría cuestan:

Mayores \rightarrow 10 000 G ; Menores \rightarrow 6 000 G

Si un niño entra con sus dos padres, entre los tres pagan 20 000 G. Ocho niños fueron con sus padres, los otros fueron solos. El total de mayores en la función fue 60 personas.

El total de la recaudación fue 720 000 G. ¿Cuántos niños vinieron solos al Circo?

Problema 2



En la figura, el cuadrado del medio se forma uniendo los puntos medios de los lados del cuadrado mayor y el cuadrado pequeño se forma uniendo los puntos medios de los lados del cuadrado del medio.

El área del cuadrado pequeño es 6 cm^2 .

¿Cuál es el área del cuadrado mayor?

Problema 3

Silvi tiene cubos de color blanco, negro y azul. Ella quiere armar torres de 4 cubos, pero de tal modo que no haya dos cubos del mismo color seguidos.

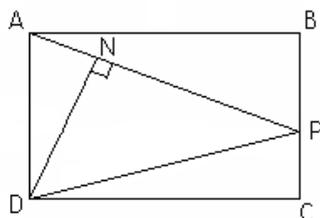
¿Cuál es la mayor cantidad de torres diferentes que puede armar?

Problema 4

Con los dígitos del 0 al 9 se escriben todos los números naturales de tres cifras distintas múltiplos de 6, tales que la suma de las cifras sea divisible entre 12.

¿Cuántos números que cumplen estas condiciones se pueden escribir?

Problema 5



En el rectángulo ABCD, $AB = 22$ y $AD = 14$.

Se tiene un punto P sobre el lado BC.

Se trazan AP, DP y $DN \perp AP$.

¿Qué valor tiene $AP \times DN$?

23.ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA 5.ª RONDA FINAL - 15 de octubre de 2011

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido:

Colegio:Grado/Curso:

Fecha de nacimiento:Cédula de Identidad:

E-mail:Teléfono:

Ciudad:Departamento:

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. No está permitido el uso de la calculadora. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

César da una prueba de matemática que tiene 13 ítems de selección múltiple. Si contesta correctamente gana 2 puntos, si contesta incorrectamente pierde 1 punto y si no contesta no pierde ni gana puntos.

César logró 10 puntos en la prueba.

¿Cuál es la mayor cantidad de respuestas correctas que pudo haber tenido?

Problema 2

Se escribe la lista de todos los números naturales menores que 10 000, tales que tienen exactamente dos dígitos 1 consecutivos.

¿Cuántos números hay en la lista?

Problema 3

¿Qué valores deben tomar a y b ($a > 0$, $b > 0$), para que la división:

$$(x^4 + a^4) \div (x^2 + bx + a)$$

sea exacta?

Problema 4

En un triángulo isósceles ABC, $AB = BC = 20$ cm y $AC = 24$ cm. Se elige un punto P en el interior, tal que las distancias del punto P a los lados AC, AB y BC sean “ a ”, “ $2a$ ” y “ $3a$ ” respectivamente. Calcular al valor de “ a ”.

Problema 5

Manuel multiplica los 100 primeros números enteros positivos. Leyendo el resultado de derecha a izquierda, ¿cuál es el primer dígito distinto de cero?

23.ª OLIMPIADA NACIONAL JUVENIL DE MATEMÁTICA

5.ª RONDA FINAL - 15 de octubre de 2011

PROB.	PUNTOS
1	
2	
3	
4	
5	
Σ	

Nombre y Apellido:
 Colegio: Grado/Curso:
 Fecha de nacimiento: Cédula de Identidad:
 E-mail: Teléfono:
 Ciudad: Departamento:

Cada problema debe ser resuelto explicando por escrito en forma detallada, todos los pasos seguidos para su resolución. No está permitido el uso de la calculadora. Los cálculos en la hoja auxiliar deben ser entregados. Suerte y que te diviertas.

Problema 1

Calcular el valor de la siguiente suma:

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{1000} + \frac{2}{1000} + \dots + \frac{999}{1000}\right)$$

Problema 2

En un triángulo ABC se trazan las medianas BD y AE. Luego se determinan los puntos medios de BD y AE. La distancia entre esos puntos medios es 4,5.
 ¿Cuál es la longitud del lado AB?

Problema 3

Se divide \overline{aaaa} entre \overline{bb} obteniéndose un cociente entre 140 y 160 inclusive y como residuo $(a-b)(a-b)$.
 Determinar todos los pares (a, b) que cumplen esta condición.
Observación: \overline{aaaa} significa un número de cuatro dígitos, con los cuatro iguales.

Problema 4

Un número natural N se divide en n partes inversamente proporcionales a los números naturales 2, 6, 12, 20, ...
 La parte menor es igual a $\frac{1}{400}$ N.
 Calcular el valor de n.

Problema 5

En un triángulo rectángulo, el segmento que une el incentro con el baricentro es paralelo a uno de los catetos y mide 10 cm. Calcular la medida de los catetos del triángulo.
Observación: *Incentro:* punto de intersección de las tres bisectrices.
Baricentro: punto de intersección de las tres medianas.