

Problemas

10

GUÍA PARA ESTUDIANTES

Enunciados y Respuestas

Olimpiada Nacional Juvenil de Matemática

6.º, 7.º, 8.º y 9.º grado - 1.º, 2.º y 3.º año de EM

El libro Problemas 10 es una obra colectiva creada en OMAPA bajo la dirección de **Gabriela Gómez Pasquali**, por el siguiente equipo:

Banco de Problemas y Soluciones
Rodolfo Berganza Meilicke

Colaboradores
Gabriela Gómez Pasquali
Ingrid Wagener
Juan Carlos Servián
Verónica Rojas Scheffer

En la realización de Problemas 10
han intervenido los siguientes
especialistas:

Diagramación y Diseño de tapa
Aura Zelada

Corrección
Blas Amarilla
Claudia Montanía
Verónica Rojas Scheffer

Observación: Este material contiene problemas de la Olimpiada
Nacional Juvenil 2007 y de la Olimpiada Kanguro 2007.

Índice

Páginas preliminarespág. 5

Nivel 1

a) La geometría y la medida.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 13

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 15

b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 19

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 23

c) Los datos y la estadística.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 29

d) Miscelánea.

i) Enunciadospág. 33

Nivel 2

a) La geometría y la medida.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 39

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 42

b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 47

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 49

c) Los datos y la estadística.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 57

d) Miscelánea.

i) Enunciadospág. 61

Nivel 3

a) La geometría y la medida.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 67

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 69

b) El número y las operaciones - Expresiones Algebraicas.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 75

ii) Problemas Desafiantes. Enunciadospág. 79

c) Los datos y la estadística.

i) Problemas para el Aula. Enunciadospág. 85

d) Miscelánea.

i) Enunciadospág. 89

Respuestaspág. 93

A los alumnos que están involucrados con las Olimpiadas de Matemática

Te presentamos estos problemas que esperamos te resulten desafiantes. Recuerda que trabajar con problemas de Olimpiadas implica abrir tu mente a nuevas experiencias matemáticas.

La resolución de problemas es *un proceso* que puede ser muy placentero, pero que requiere *esfuerzo mental*. Cuando una cuestión planteada se puede se puede resolver en forma inmediata, ¡tenemos un ejercicio, no un problema!

Debes tomarte tu tiempo. No te desesperes si no encuentras la solución en forma inmediata. Sólo un golpe de suerte o una casualidad te llevará a encontrar la respuesta rápidamente.

Además, ten en cuenta que, aunque no llegues a resolver un problema, hay mucho aprendizaje en los procesos de exploración y en los intentos de solución, que te permitirá consolidar tus conocimientos matemáticos. Si además, luego del esfuerzo realizado logras resolver un problema, experimentarás la satisfacción de saber que has logrado vencer el desafío que ha representado ese problema.

Para resolver un problema debemos seguir ciertos pasos. María Luz Callejo, española y doctora en matemáticas, nos propone en su libro *Un Club Matemático para la Diversidad*, tener en cuenta cuatro fases al resolver cada problema. Te las transcribimos a continuación y te recomendamos que las sigas porque son verdaderamente muy útiles.

PAUTAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Primera Fase:

FAMILIARIZARSE CON EL PROBLEMA

- Lee el problema lentamente, trata de entender todas las palabras.
- Distingue los datos de la incógnita; trata de ver la situación.
- Si puedes, haz un dibujo o en esquema de la situación.
- Si los datos del problema no son cantidades muy grandes, intenta expresar la situación jugando con objetos (fichas, botones, papel,...).
- Si las cantidades que aparecen en el enunciado son grandes, entonces imagínate el mismo problema con cantidades más pequeñas y haz como dice el punto anterior.
- Si el problema está planteado en forma general, da valores concretos a los datos y trabaja con ellos.

Segunda Fase:

BUSCA UNAS CUANTAS ESTRATEGIAS PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

Lee la siguiente lista, te puede ayudar:

- ¿Es semejante a otros problemas que ya conoces?
- ¿Cómo se resuelven estos? ¿Alguna idea te podría servir?
- Imagínate un problema más fácil para empezar y así animarte.
- Experimenta con casos particulares, ¿te dan alguna pista natural al lenguaje matemático?
- Supón el problema resuelto, ¿cómo se relaciona la situación de partida con la situación final?
- Imagínate lo contrario de la que quieres demostrar, ¿llegas a alguna conclusión?
- ¿El problema presenta alguna simetría o regularidad?
- ¿Será el caso general más sencillo que éste particular?

Tercera Fase:

SELECCIONA UNA DE LAS ESTRATEGIAS Y TRABAJA CON ELLA

- No te arrugues fácilmente.
- No te emperres con una estrategia. Si ves que no conduce a nada, déjala.
- Si la estrategia que elegiste no va bien, acude a otras de las estrategias que seleccionaste o haz una combinación de ellas.
- Trata de llegar hasta el final.

Cuarta Fase:

REFLEXIONA SOBRE EL PROCESO SEGUIDO

- ¿Entiendes bien tu solución?, ¿entiendes por qué funciona? ¿Tiene sentido esta solución o es absurda?
- ¿Cómo ha sido tu camino? ¿Dónde te atascaste? ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos?
- ¿Cuáles han sido los momentos de cambio de rumbo? ¿Han sido acertados?
- ¿Sabes hacerlo ahora de manera más sencilla?
- ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales?
- ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean interesantes?

Les deseamos un buen trabajo. Si este material les resulta de utilidad, nos damos por satisfechos y esperamos se comuniquen con nosotros ante cualquier inquietud que tengan.

Características del material de apoyo

Este material está dividido en secciones. A más de la clásica separación por niveles, hemos creído oportuno establecer dentro de cada nivel una división auxiliar, de modo que los participantes puedan ir graduando su trabajo.

Esta división es la siguiente:

1. Problemas para el Aula

En esta sección hemos incluido los problemas más accesibles. Los hemos denominado *Problemas para el Aula* porque pensamos que serán útiles también para los que no participen todavía en las Olimpiadas, utilizándolos para modificar la metodología utilizada en las clases normales; que están enfocadas casi siempre en procesos mecánicos, de repetición, del uso de extensos formularios, del encasillamiento de los temas desarrollados en compartimientos estancos y de la exclusiva resolución de ejercicios. Este enfoque metodológico impide el desarrollo del pensamiento lógico - matemático.

Es el momento oportuno para trabajar algunas estrategias heurísticas básicas.

Estos problemas están seleccionados para que los participantes que se inician en las actividades de las Olimpiadas puedan encontrar un espacio cómodo para comenzar a trabajar en la resolución de problemas.

2. Problemas Desafiantes

En esta sección hemos incluido aquellos problemas que requieren más trabajo de razonamiento matemático.

Están pensados para perfeccionar a los participantes en la resolución de problemas, avanzando más en el conocimiento y aplicación de las estrategias heurísticas y fijando el objetivo de explicar por escrito el proceso que han seguido en la resolución de un problema. Digamos que este es el momento oportuno para introducir la idea de la demostración axiomática.

Además dentro de cada una de estas dos secciones, los problemas están agrupados de acuerdo a los contenidos programáticos, siguiendo lo indicado por los programas del MEC.

Los problemas agrupados en la sección Miscelánea, son problemas en los cuales se puede encontrar más de un área de conocimiento, ya sea por el enunciado del problema o por el procedimiento elegido para su solución. Por ejemplo Geometría y Teoría de Números o problemas de Estrategia. Esta situación es bastante común en los problemas de Olimpiadas.

El nivel de dificultad de los problemas no está definido por los contenidos programáticos que en ellos se contempla.

Recomendaciones para el uso del material

Recomendamos que el trabajo se comience siempre resolviendo los problemas de menor nivel de dificultad, tanto dentro de un nivel como así también al considerar los otros niveles. En un buen entrenamiento para un participante del Nivel 2, se debería comenzar por ver si como se responde al Nivel 1 para luego pasar al nivel que le corresponde.

Lo mismo, para un alumno del Nivel 3. Si se piensa que el Nivel 1 no tiene suficientes desafíos, se trabajará primero con el Nivel 2.

Todo el proceso de aprender a resolver problemas se realiza a través del tiempo. Es imposible pensar que con un solo año de trabajo obtendremos logros significativos, aunque se pueden dar excepciones.

OMAPA

Organización Multidisciplinaria de Apoyo a Profesores y Alumnos.
Dirección: Dr. César López Moreira 693 c/ Nuestra Sra. Del Carmen
Teléfax: (021) 605-154 / 612-135
web: www.omapa.org.py ; e-mail: omapa@omapa.org.py

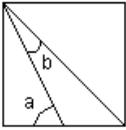
Rodolfo Berganza Meilicke

Director Académico de las Olimpiadas Nacionales de Matemática
Teléfono: (021) 331-538 – (0971) 201-758
e-mail: robemei@gmail.com

Observación: para la escritura de valores numéricos, escritura de la hora y escritura de las unidades de medida hemos utilizado las Normas Paraguayas 161, 164, 165, 166 y 180 de la Ley N° 15 235 de 1980.

NIVEL 1
6.º y 7.º Grado

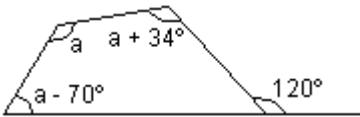
Problema 105 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 16)



¿Cuál es el valor de $(a - b)$?

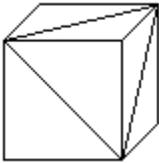
- A) 45° C) 35° E) 25°
 B) 40° D) 30° F) n. d. l. a.

Problema 106 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 3)

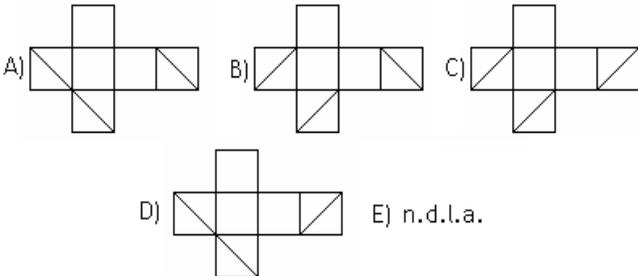


En el cuadrilátero de la figura, ¿cuál es la medida del ángulo a ?

Problema 107 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 16)



En tres caras de una esquina de un cubo se trazan las diagonales como se muestra en la figura. ¿Cuál de las siguientes plantillas corresponde al cubo dado?



E) n.d.l.a.

Problema 108 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 14)

Si se corta un cubo de 1 m^3 en cubitos de 1 mm^3 y luego se colocan los cubitos obtenidos uno encima del otro, ¿cuál es la altura de la torre de cubos?

- A) 100 m B) 1 000 km C) 10 km
 D) 1 km E) 100 000 mm

Problemas Desafiantes

Problema 109 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 4)

El área de un paralelogramo ABCD es 25. Se traza la diagonal BD.

¿Cuál es el área del triángulo BCD?

- A) 5
B) 6,25
C) 12,5
D) 25
E) 50
F) n. d. l. a.

Problema 110 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 8)

Se dibujan dos circunferencias con el mismo centro y radios de 6 cm y 10 cm.

¿Cuál es el área de la superficie comprendida entre las dos circunferencias?

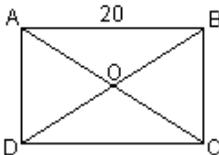
- A) $4 \pi \text{ cm}^2$
B) $16 \pi \text{ cm}^2$
C) $36 \pi \text{ cm}^2$
D) $64 \pi \text{ cm}^2$
E) $100 \pi \text{ cm}^2$
F) n. d. l. a.

Problema 111 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 4)

En un trapecio ABCD, $AB \parallel CD$ y $CD = 3 AB$. Hallar la razón entre las áreas (ABD) y (BCD).

- A) 1 : 2
B) 2 : 1
C) 1 : 3
D) 3 : 1
E) 2 : 3
F) n. d. l. a.

Problema 112 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 8)



El perímetro del rectángulo ABCD es 74. ¿Cuál es el área AOD?

- A) 340
B) 170
C) 85
D) 40
E) 25
F) n. d. l. a.

Problema 113 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 10)

En un cuadrado ABCD, el área es 148. E es el punto medio del lado AD. ¿Cuál es el área (BDE)?

- A) 74
B) 66
C) 49
D) 37
E) 29
F) n. d. l. a.

Problema 114 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 12)

Rafael dibuja triángulos equiláteros, cuyos lados miden números enteros y cuyos perímetros son menores que 33 cm. ¿Cuántos triángulos diferentes puede dibujar Rafael?

- A) 12 C) 10 E) 8
B) 11 D) 9 F) n. d. l. a.

Problema 115 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 13)

Un polígono regular tiene 2 007 lados. Desde uno de los vértices se dibujan todas las diagonales posibles. ¿Cuál es la cantidad de diagonales que se pueden trazar desde ese vértice?

- A) 2 006 C) 2 003 E) 2 000
B) 2 004 D) 2 001 F) n. d. l. a.

Problema 116 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 15)

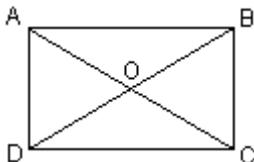
Un cuadrado y un paralelogramo tienen iguales sus áreas. El cuadrado tiene 32 cm de perímetro y la base del paralelogramo tiene 2 cm más que uno de los lados del cuadrado. ¿Cuál es la altura del paralelogramo?

- A) 0,8 cm C) 3,2 cm E) 12,8 cm
B) 1,6 cm D) 6,4 cm F) n. d. l. a.

Problema 117 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 6)

En un triángulo ABC, el lado BC mide 21 cm y la altura AH mide 12 cm. Se traza la mediana BM ($AM = MC$). Calcular la distancia del punto M al lado BC.

Problema 118 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 8)



En el rectángulo de la figura, ¿qué relación existe entre las áreas (AOD) y (AOB)?

Problema 119 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 10)

En un cuadrado ABCD, los lados miden 20 cm; E es el punto medio del segmento AB y F es el punto medio del segmento BC. Calcular el área del triángulo DEF.

Problema 120 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 3)

En un cuadrado ABCD, se elige un punto E en el interior del cuadrado, tal que el triángulo CDE sea equilátero. Calcular la medida de $\angle AEB$.

Problema 121 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 8)

Sobre dos rectas paralelas l y m se dibujan 8 puntos: 5 en la recta l y 3 en la recta m . ¿Cuál es el número total de segmentos que se pueden dibujar cuyos extremos estén uno en la recta l y el otro en la recta m ?

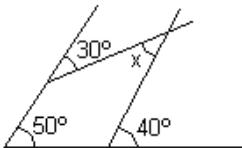
- A) 28 B) 25 C) 20
D) 18 E) 15

Problema 122 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 10)

Verónica corta un papel que tiene forma de cuadrado con perímetro 20 cm en dos rectángulos. El perímetro de uno de los rectángulos es de 16 cm. ¿Cuál es el perímetro del otro rectángulo?

- A) 4 cm B) 9 cm C) 12 cm
D) 14 cm E) 16 cm

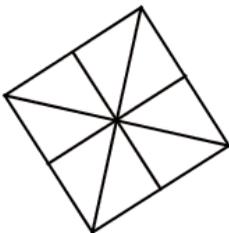
Problema 123 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 20)



¿Cuál es el valor del ángulo “x” en la figura?

- A) 50° B) 60° C) 40°
D) 20° E) 30°

Problema 124 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 24)



El área del cuadrado mayor de la figura es 1. ¿Cuál de las siguientes opciones NO puede ser el área de cualquier triángulo de la figura?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{3}{6}$

Problema 125 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 26*)

La figura representa a un cuadrado dividido en cuatro regiones.



Las regiones no sombreadas corresponden a cuadrados de lados 1 y 2. ¿Qué fracción del cuadrado mayor es la que está sombreada?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{5}{9}$

C) $\frac{1}{3}$

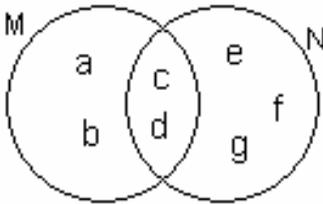
D) $\frac{4}{9}$

E) $\frac{1}{2}$

El número y las operaciones - Expresiones algebraicas

Problemas para el Aula

Problema 126 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 1)



Dados los conjuntos M y N, ¿cuál es el resultado de $(M \cup N - M)$?

- A) {a , b , c , d}
- B) {c , d , e , f , g}
- C) {c , d}
- D) {e , f , g}
- E) {a , b , c , d , e , f , g}
- F) n. d. l. a.

Problema 127 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 3)

Con los dígitos 0, 2, 3, 5, 6, 9 se escriben números de dos cifras que sean divisibles entre 15. ¿Qué cantidad de números se pueden escribir?

- A) 30
- B) 25
- C) 20
- D) 5
- E) 3
- F) n. d. l. a.

Problema 128 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

Dada la proporción $\frac{39}{A} = \frac{51}{B}$, ¿cuál es la razón $\frac{A}{B}$?

- A) $\frac{2}{7}$
- B) $\frac{3}{7}$
- C) $\frac{4}{13}$
- D) $\frac{7}{13}$
- E) $\frac{17}{13}$
- F) n. d. l. a.

Problema 129 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 2)

¿Por cuánto se debe multiplicar $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)$ para que resulte $\frac{3}{2}$?

A) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{5}$

F) n. d. l. a.

Problema 130 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 2)

¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$$(2007 - 2005) + (2005 - 2000) + (2000 - 1982) + \\ (1982 - 1973) + (1973 - 1958) + (1958 - 1932)$$

Problema 131 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 4)

Calcular el producto de los divisores que tiene el número 20.

Problema 132 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 1)

Este es mi código secreto:

$$= 6 ; \nabla = 7 ; \clubsuit = \nabla - \quad ; \spadesuit = 8 ; \heartsuit = 3 ; \diamond = \spadesuit - \heartsuit$$

¿Qué número representa $\nabla \spadesuit \clubsuit \diamond \heartsuit$?

A) 768 153

B) 531 867

C) 768 351

D) 735 186

E) 768 783

Problema 133 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 2)

¿Cuánto es $2\ 007 \div (2 + 0 + 0 + 7) - 2 \times 0 \times 0 \times 7$?

A) 1

B) 9

C) 214

D) 223

E) 2 007

Problema 134 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 3)

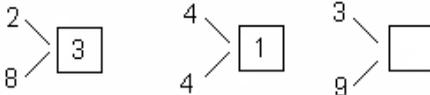
Observa el funcionamiento de la máquina A:



Si entran 7 y 9, ¿qué sale?

- A) 56 B) 15 C) 8
D) 63 E) 62

Problema 135 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 4)



Diego descubre la regla y completa la casilla vacía.
¿Qué número escribió Diego en la casilla vacía?

- A) 6 B) 3 C) 1
D) 0 E) 2

Problema 136 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 5)

Sergio dice: *Dora tiene 8 caramelos más que Estela.* Pablo dice: *Dora tiene el triple de caramelos de los que tiene Estela*“.

Si los dos dicen la verdad, ¿cuántos caramelos tiene Dora?

- A) 4 B) 8 C) 12
D) 24 E) 32

Problema 137 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 6)

En el lago del Parque Ñu Guazu han plantado flores de loto. Cada mes las flores de loto duplican la superficie que están cubriendo.

En 10 meses llegan a cubrir $\frac{1}{4}$ de la superficie del lago. ¿En cuántos meses terminarán de cubrir el lago?

- A) 1 B) 2 C) 12
D) 20 E) 40

Problema 138 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 9*)

Si eliminamos cuatro letras de la palabra CANGURO y se invierte el orden de las letras que quedan, ¿cuál de los siguientes sería un posible resultado?

- A) ONC B) AGR C) ARC
D) OAU E) GRN

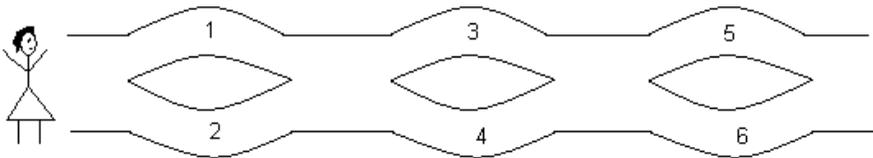
Problema 139 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 21*)

Sandra escribe todos los números de dos cifras tales que la suma de sus cifras es 5. ¿Cuál es el valor de la suma de todos los números que escribió Sandra?

- A) 160 B) 165 C) 55
D) 110 E) 180

Problema 140 (*Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 1*)

Sonia camina de izquierda a derecha y coloca los números que consigue en el camino en una cesta. ¿Cuáles de los siguientes números podría colocar en su cesta durante su recorrido?



- A) 2 , 3 y 5 B) 2 , 3 y 4 C) 1 , 2 y 5
D) 1 , 2 y 4 E) 1 , 5 y 6

Problema 141 (*Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 2*)

Los alumnos del octavo grado se colocan en dos filas desiguales. En la fila de Pedro hay 8 alumnos delante de él y 5 detrás. En la otra fila, María ocupa el séptimo lugar, exactamente a la mitad de la fila. ¿Cuántos alumnos hay en el octavo grado?

- A) 24 B) 25 C) 28
D) 26 E) 27

Problema 142 (*Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 3*)

Un número se llama capicúa si se puede escribir en orden inverso y resulta el mismo número. Por ejemplo 35 853 es un número capicúa.

El número 15 951 es capicúa. ¿Cuántos números hay entre éste y el próximo número capicúa?

- A) 900 B) 100 C) 1010
 D) 109 E) 710

Problema 143 (*Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 13*)

Había 60 pájaros distribuidos en tres árboles. En cierto momento, 6 pájaros se fueron del primer árbol, 8 pájaros se fueron del segundo árbol y 4 pájaros se fueron del tercer árbol. Luego de esto, quedó el mismo número de pájaros en cada uno de los tres árboles. ¿Cuántos pájaros había en el segundo árbol?

- A) 20 B) 24 C) 26
 D) 21 E) 22

Problemas Desafiantes

Problema 144 (*1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 2*)

$$\begin{array}{r}
 M \ 2 \ N \\
 + \ N \ M \ 2 \\
 \hline
 2 \ N \ M \\
 \hline
 1 \ 4 \ 4 \ 3
 \end{array}$$

En la operación, M y N son dígitos. ¿Cuántos son los posibles valores de N?

- A) 8 C) 5 E) 3
 B) 6 D) 4 F) n. d. l. a.

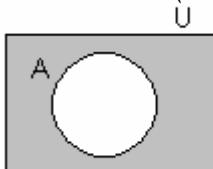
Problema 145 (*1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 7*)

Se escribe una lista de 9 números naturales consecutivos y luego se halla la suma de esos 9 números, que da 504.

¿Cuál es el número menor de la lista?

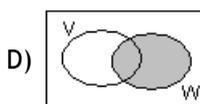
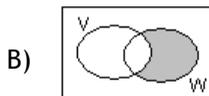
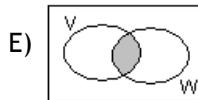
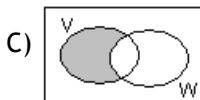
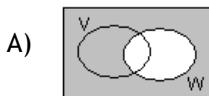
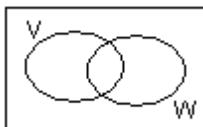
- A) 50 C) 52 E) 54
 B) 51 D) 53 F) n. d. l. a.

Problema 146 (*2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 1*)



En la figura, U es el conjunto universal, A es un conjunto contenido en U y la parte sombreada es A' , el complemento de A.

En el diagrama de Venn que está a continuación, ¿cuál es el resultado de $V \cap W'$?



F) n. d. l. a.

Problema 147 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

Camila gasta $\frac{1}{3}$ del dinero que tiene en comprar golosinas y $\frac{3}{4}$ de lo que le sobra en la compra de útiles. A Camila le queda 2 400 G después de hacer sus gastos. ¿Qué cantidad de dinero tenía Camila antes de comenzar a gastar?

A) 14 400 G

C) 8 000 G

E) 4 800 G

B) 12 000 G

D) 7 200 G

F) n. d. l. a.

Problema 148 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 6)

En la sucesión: 2007, 1995, 1983, M, 1959, 1947, N, 1923. ¿Cuál es el valor de $M - N$?

A) 72

C) 42

E) 12

B) 60

D) 36

F) n. d. l. a.

Problema 149 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 7)

Se tiene una fracción A. Si se suma el doble de A con el triple de A y con el cuádruplo de A se obtiene $\frac{15}{37}$. ¿Cuál es el valor de A?

A) $\frac{5}{37}$

C) $\frac{10}{111}$

E) $\frac{25}{111}$

B) $\frac{5}{111}$

D) $\frac{20}{111}$

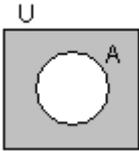
F) n. d. l. a.

Problema 150 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 11)

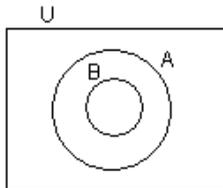
Se multiplican los números enteros y diferentes X e Y entre sí y se obtiene 216. Ambos números son mayores que 10 pero menores que 20. ¿Cuántos pares X, Y son posibles?

- A) 5 C) 3 E) 1
 B) 4 D) 2 F) n. d. l. a.

Problema 151 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 1)



En el gráfico, U es el conjunto universal, A es un conjunto contenido en el conjunto universal. La región sombreada corresponde a A', complemento de A ($A' = U - A$)



En este diagrama de Venn determinar $B' - A'$.

Problema 152 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 5)

Se tiene dos fracciones propias en las que el numerador de una de ellas es el denominador de la otra. Se determina la suma de estas dos fracciones y el resultado se multiplica por $\frac{12}{7}$, obteniéndose al final 2.
 ¿Cuáles son las dos fracciones?

Problema 153 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 7)

Con los dígitos 1, 3, 5 se escribe todos los números posibles de 2 cifras y de 3 cifras (en un mismo número no se puede repetir uno de los dígitos).
 Hallar la suma de todos los números que se puede escribir.

Problema 154 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 9)

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ + \ A \ B \\ \hline 2 \ 3 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ - \ \ \ A \ B \\ \hline \end{array}$$

En la adición, cada letra representa a un dígito diferente.

Calcular el resultado de la sustracción.

Problema 155 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 1)

En una librería se vende: 1 caja de marcadores por 20 000 G y 2 libros de cuentos por 50 000 G.

La mamá de Laura compró 18 libros de cuentos y varias cajas de marcadores. Pagó con cuatro billetes de 100 000 G y cinco billetes de 50 000 G y le dieron 20 000 G de vuelto.

¿Cuánto gastó para comprar los marcadores?

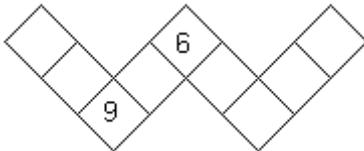
Problema 156 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 2)

Daniel escribe en una hoja la lista de todos los números naturales, mayores que 0 y menores de 1000 que son simultáneamente múltiplos de 9 y de 15.

Tacha luego todos los números de la lista que son múltiplos de 25.

Determinar cuántos números quedan sin tachar.

Problema 157 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 5)



Completar las casillas del gráfico con los números del 1 al 9, sin repetir ninguno, de modo que la suma de cada una de las cuatro líneas sea la misma.

Ya se ha escrito los números 6 y 9.

Determinar todas las posibilidades.

Problema 158 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 7)

132 pasajeros cruzan un río en botes, de las cuales, 60 personas navegan en botes de sólo cinco personas por bote, 36 en botes de sólo 4 personas por bote y el resto usa botes de sólo 3 personas por bote.

¿Cuántos botes utilizaron en total, si todos los botes navegaron con carga máxima?

A) 12

B) 9

C) 24

D) 30

E) 33

Problema 159 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 12)

Si $2^a \cdot 5^b = 4\,000$, ¿cuál es el valor de $a + b$?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Problema 160 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 13*)

Alba tiene 10 años de edad. Su madre Elisa tiene cuatro veces la edad de Alba. ¿Cuántos años tendrá Elisa cuando su hija Alba tenga el doble de su edad actual?

- A) 80 B) 40 C) 50
D) 70 E) 60

Problema 161 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 14*)

Quince niños están colocados en una circunferencia. Todos ellos utilizan sombreros. El primer sombrero es rojo, el segundo blanco, el tercero azul, el cuarto rojo, el quinto blanco, el sexto azul y así sucesivamente.

Pedro con sombrero naranja quiere entrar, pero no quiere colocarse con alguien que tenga sombrero azul.

¿En cuántos lugares puede colocarse Pedro?

- A) 2 B) 4 C) 5
D) 10 E) 15

Problema 162 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 17*)

Susana juega con una caja que contiene sólidos de madera. Ella observa que 6 cubos pequeños pesan igual que 7 cilindros, 7 cilindros pesan igual que 3 cubos grandes y 2 cubos grandes pesan igual que un chocolate de 200 gramos. ¿Cuánto pesa, en gramos, un cubo pequeño?

- A) 50 B) 70 C) 100
D) 150 E) 200

Problema 163 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 18*)

Imagina que calculas la suma de los dígitos del cuadrado de un entero cualquiera mayor que 2 007. ¿Cuál es el menor resultado que puedes obtener?

- A) 27 B) 19 C) 10
D) 2 E) 1

Problema 164 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 19*)

En una cuadrícula, Ana colorea los cuadrados pequeños que se encuentran en las diagonales de la cuadrícula. ¿Cuáles son las dimensiones de la cuadrícula si Ana coloreó un total de 9 cuadrados pequeños?

- A) 3×3 B) 4×4 C) 5×5
D) 8×8 E) 9×9

Problema 165 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 22*)

A la derecha de un número de 2 dígitos se escribe el mismo número obteniéndose un número de 4 dígitos. ¿Cuántas veces es el número de 4 dígitos más grande que el número de 2 dígitos?

- A) 1 000 B) 1 001 C) 100
D) 101 E) 10

Problema 166 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 23*)

En la secuencia 012343210012343210012343210012343210 . . . , (cuál es el dígito que ocupa el lugar número 1 000?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Problema 167 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 25*)

¿En cuántos ceros termina el número $24^4 \cdot 75^3 \cdot 15^5$?

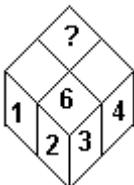
- A) 12 B) 11 C) 10
D) 8 E) 5

Problema 168 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 28*)

La suma de las edades de Alejo, Brenda y Víctor es 22. Cuando Alejo tenga la edad que tiene Brenda, la suma de las edades de los tres será 28 y cuando Alejo tenga la edad que tiene Víctor, la suma de las edades de los tres será 37. ¿Cuál es la edad de Alejo?

- A) 6 B) 8 C) 4
D) 7 E) 5

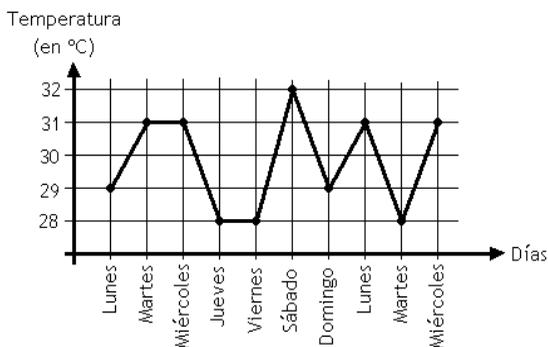
Problema 169 (*Kanguro 2007 - Cadete - Problema 29*)



El paralelepípedo de la figura está formado por 4 dados.

Los números de dos caras que se tocan son iguales. ¿Cuál es el número que debería aparecer en la cara marcada con un signo de interrogación?

- A) 6 B) 5 C) 3
D) 2 E) No hay suficiente información

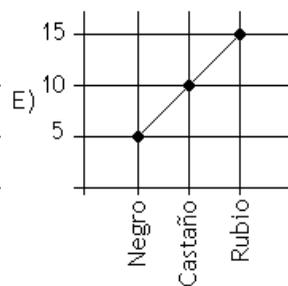
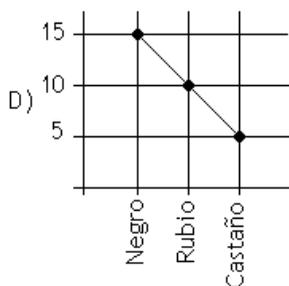
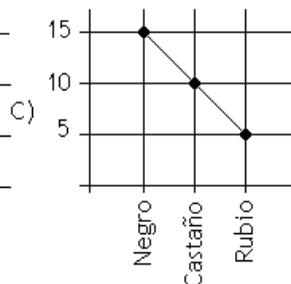
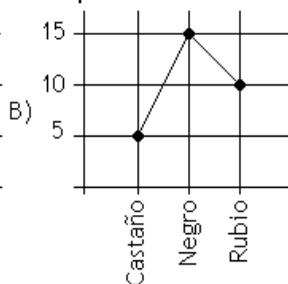
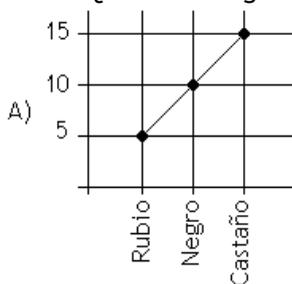


Problema 173

La siguiente tabla de frecuencias corresponde al color de cabello de los compañeros de Juana:

Color del cabello	Frecuencia absoluta
Rubio	5
Negro	15
Castaño	10

¿Cuál de los gráficos representa a los datos de la tabla?



F) n.d.l.a.

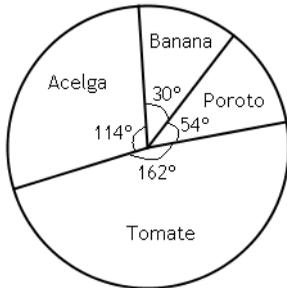
Problema 174

En un pequeño pueblo se aplica una encuesta sobre la cantidad de hijos que tienen cada familia. El resultado se tiene en la tabla siguiente:

CANTIDAD DE HIJOS	CANTIDAD DE FAMILIAS
–	102
1	81
2	142
3	426
4	237
5	12

¿Cuántos hijos más tiene la familia cuya frecuencia relativa porcentual es 42,6 %, que la que tiene como frecuencia 8,1 %?

Problema 175



El gráfico circular corresponde a los productos de la granja de Blas.

¿Cuál es la diferencia entre la frecuencia porcentual correspondiente a los tomates y a los porotos?

- A) 15 % C) 30 % E) 45 %
B) 20 % D) 35 % F) n. d. l. a.

Problema 176

La profesora de Manuela dio cierta cantidad de problemas a sus alumnos. Manuela resolvió el 80 % de los problemas, Eloísa resolvió el 50 % de los problemas y Raúl el 60 %.

La profesora elaboró una tabla de frecuencias con los problemas resueltos por cada uno de ellos. ¿Cuál es la frecuencia relativa que corresponde a Manuela?

- A) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$
B) $\frac{8}{19}$ D) $\frac{6}{19}$ F) n. d. l. a.

Problema 177

Se representan datos estadísticos en un gráfico circular. ¿Cuántos grados corresponden a un porcentaje del 70%?

- A) 70° C) 126° E) 300°
B) 140° D) 252° F) n. d. l. a.

Problema 178

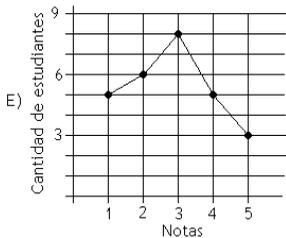
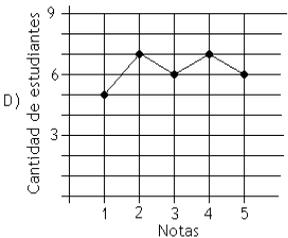
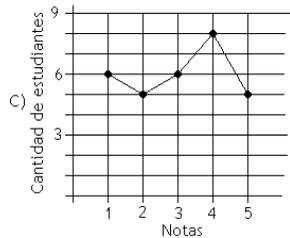
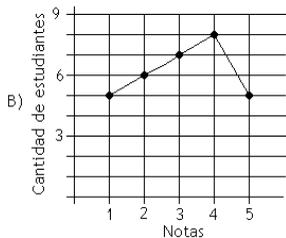
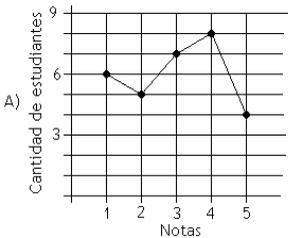
Según estudios estadísticos, de cada 100 personas en el mundo, 86 leen y el resto son analfabetos. ¿Cuántos grados corresponde en una torta a los analfabetos?

Problema 179

Las calificaciones de matemáticas de los estudiantes de un 6º fueron:

1, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 4, 5, 5, 2, 2, 3,
3, 1, 4, 2, 1, 1, 1, 5, 5, 4, 3, 2, 3, 4, 4

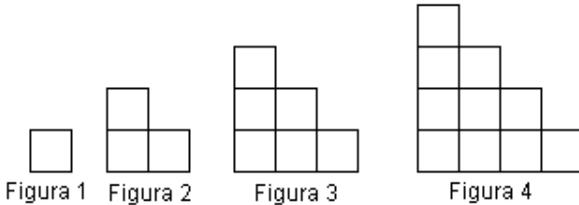
¿Cuál de las gráficas lineales corresponde?



F) n.d.l.a.

Miscelánea

Problema 180 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 4)

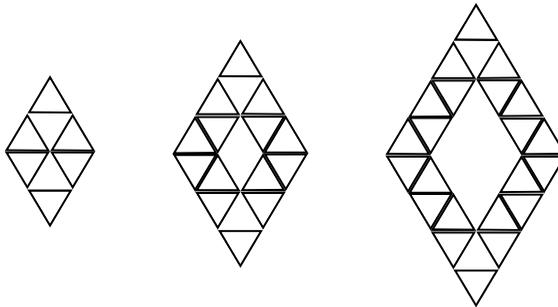


Cada una de las figuras del gráfico está formada por cuadraditos.

- A) Explicar la regla para formar las siguientes figuras.
 B) ¿Cuántos cuadraditos forman la figura 2007?

Problema 181 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 15)

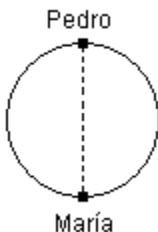
Observa la secuencia de figuras formadas con triángulitos:



¿Cuántos triángulitos se necesitan para formar la figura que sigue?

- A) 44 B) 40 C) 36
 D) 32 E) 28

Problema 182 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 4)



Un grupo de alumnos, numerados 1, 2, 3,..., forman una rueda y se colocan a igual distancia entre dos contiguos. Pedro, el alumno con el número 4, está exactamente enfrente de María, la alumna con el número 11, como se indica en la figura. ¿Cuántos alumnos forman el grupo?

- A) 16 B) 13 C) 15
 D) 14 E) 17

Problema 183 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 5)

Si un canguro tarda 6 segundos en realizar 4 saltos, ¿cuántos segundos tardará para realizar 10 saltos?

- A) 20 B) 12 C) 10
D) 18 E) 15

Problema 184 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 6)

1		
2	1	

En el cuadrado de la figura, los números 1, 2 y 3 deben ser colocados en las casillas. En cada fila y en cada columna debe aparecer uno de estos tres números. Si Harry comenzó a llenar el cuadrado, ¿de cuántas formas puede completar su tarea?

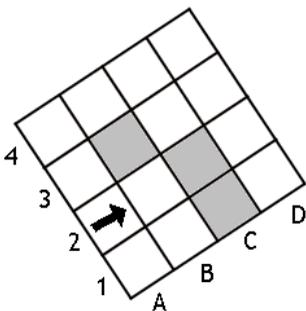
- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Problema 185 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 7)

Bernardo, quien es más viejo que Pablo por un año menos 1 día, nació el primero de enero de 2002. ¿Cuándo nació Pablo?

- A) El 2 de enero de 2003 B) El 2 de enero de 2001
C) El 31 de diciembre de 2002 D) El 31 de diciembre de 2000
E) El 31 de diciembre de 2003

Problema 186 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 8)



Un robot camina sobre la tabla desde la casilla A2 y en la dirección de la flecha como se muestra en la figura. Sólo puede ir hacia delante (no puede retroceder) y sólo si consigue dificultades en su camino puede doblar a su derecha y continuar. El robot se detendrá en caso de que no pueda continuar su camino al tratar de doblar a su derecha. El robot no puede colocarse en las casillas grises, ni salirse de la tabla. ¿En qué parte del camino se detendrá?

- A) A1 B) B2 C) D1
D) E1 E) Nunca se detiene

Problema 190 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 12)



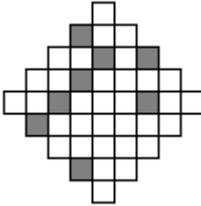
Laura tiene una tira de papel de 27 cm de largo.

Ella la cortó en cuatro rectángulos de diferentes tamaños, como se indica en la figura. Luego dibujó dos segmentos de forma que ambos segmentos conecten los centros de dos rectángulos adyacentes, como se indica en la figura.

¿Cuál es la suma de las longitudes de los dos segmentos?

- A) 12 cm
- B) 13,5 cm
- C) 14 cm
- D) 14,5 cm
- E) El número depende de la división

Problema 191 (Validación Kanguro 2007 - Cadete - Problema 15)



¿Cuál es la menor cantidad de cuadrados blancos que habría que pintar de gris en la figura para que ésta tenga un eje de simetría?

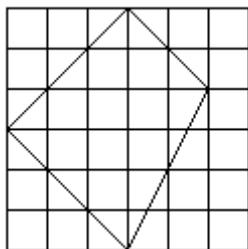
- A) 4
- B) 6
- C) 5
- D) 2
- E) 3

NIVEL 2
8.º y 9.º Grado

La geometría y la medida

Problemas para el Aula

Problema 201 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 4)



Pedro tiene un terreno que se ha dibujado en la cuadrícula del gráfico. La escala utilizada es la siguiente:

$$1 \text{ cuadrito} \rightarrow 4\,000\,000 \text{ cm}^2$$

¿Cuál es la superficie del terreno de Pedro?

- A) 15 dam² C) 30 dam² E) 60 dam²
B) 20 dam² D) 40 dam² F) n. d. l. a.

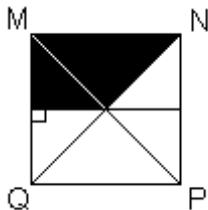
Problema 202 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

El área de un triángulo ABC es 80 cm². La mediana AM mide 10 cm.

¿Cuál es la distancia del vértice B a la mediana AM?

- A) 10 cm C) 6 cm E) 4 cm
B) 8 cm D) 5 cm F) n. d. l. a.

Problema 203 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 6)



En el cuadrado MNPQ, cada uno de los lados mide 18.

¿Cuál es el área de la superficie pintada?

- A) 121,5 C) 243,5 E) 486,5
B) 162 D) 324 F) n. d. l. a.

Problema 204 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 8)

En un rectángulo ABCD, el área es 20 y sus lados tienen como medida un número entero. ¿Cuál la cantidad de valores que puede tener la medida del lado AB?

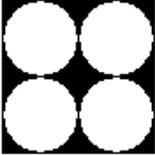
- A) 1 C) 3 E) 5
B) 2 D) 4 F) n. d. l. a.

Problema 209 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 4)

En un rectángulo ABCD, se ubica los puntos E , F , G , H, puntos medios de AB , BC , CD , DA respectivamente. Uniendo estos puntos en el orden dado se obtiene un rombo cuyo perímetro es 232.

Si $AB = 84$, ¿cuál es el área del rectángulo?

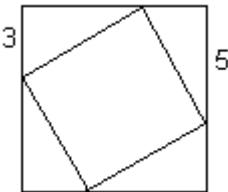
Problema 210 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 6)



En la figura se ven 4 círculos iguales de radio 1, dentro de un cuadrado. Los círculos son tangentes entre si y tangentes a los lados del cuadrado.

Calcular la medida de la superficie pintada de negro.

Problema 211 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 9)



Un cuadrado pequeño es inscripto en uno más grande como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?

- A) 28
- B) 34
- C) 16
- D) 49
- E) 36

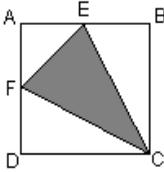
Problema 212 (Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 6)

Si se corta un cubo de 1 m^3 en cubitos de 1 mm^3 y luego se colocan los cubitos obtenidos uno encima del otro, ¿cuál es la altura de la torre de cubos?

- A) 100 m
- B) 1 000 km
- C) 10 km
- D) 1 km
- E) 100 000 mm

Problemas Desafiantes

Problema 213 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 4)



En el cuadrado ABCD, E y F son puntos medios de los segmentos AB y AD respectivamente. ¿Cuál es la relación entre las áreas de la superficie sombreada y la superficie en blanco?

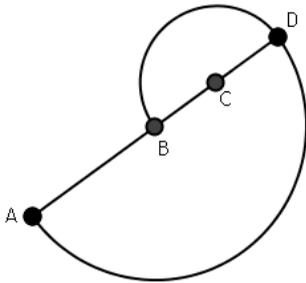
- A) 1 : 1 C) 3 : 5 E) 2 : 3
 B) 1 : 2 D) 4 : 3 F) n. d. l. a.

Problema 214 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

En un exágono regular ABCDEF, el área del triángulo ADE es 100. ¿Cuál es el área del trapecio ABCD?

- A) 300 C) 200 E) 100
 B) 250 D) 150 F) n. d. l. a.

Problema 215 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 15)



AD es el diámetro de la semicircunferencia mayor cuyo centro es B, y C es el centro de la semicircunferencia menor. Si se suman las longitudes de ambas semicircunferencias se obtiene 30π cm. ¿Cuál es la medida del segmento AD?

- A) 10 cm C) 40 cm E) 60 cm
 B) 20 cm D) 50 cm F) n. d. l. a.

Problema 216 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 16)

En un triángulo equilátero ABC de 10 cm de lado, los puntos D y E están sobre los segmentos AB y AC respectivamente. Se traza $DE \parallel BC$. El perímetro del trapecio DECB es 28 cm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo ADE?

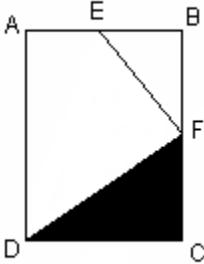
- A) 2 cm C) 6 cm E) 10 cm
 B) 4 cm D) 8 cm F) n. d. l. a.

Problema 217 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 8)

En una circunferencia de centro O, una cuerda AB mide 16 cm.

La superficie del triángulo AOB es 48 cm^2 . Calcular la longitud de la circunferencia.

Problema 218 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 10)

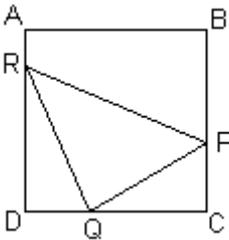


En la figura, ABCD es un rectángulo, E es el punto medio de AB y F es el punto medio de BC.

El área pintada de negro es 10 cm^2 .

Calcular la diferencia entre las áreas AEFD y BEF.

Problema 219 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 2)



El cuadrado ABCD tiene 144 cm^2 de área. Además:

$$BC = 3 PC \quad ; \quad CD = 4 DQ \quad ; \quad AD = 5 AR$$

Calcular el área del triángulo PQR.

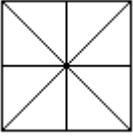
Problema 220 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 5)

Un triángulo ABC ($\hat{B} = 90^\circ$), está inscrito en una circunferencia de radio r. En el triángulo uno de los catetos tiene doble longitud que el otro.

Demostrar que el área que queda al sacar del círculo el triángulo

$$ABC \text{ es } r^2 \left(\pi - \frac{4}{5} \right).$$

Problema 221 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 5)



El área del cuadrado mayor de la figura es 1. ¿Cuál de los siguientes valores no puede ser el área de alguno de los triángulos que se encuentran en la figura?

A) $\frac{3}{8}$

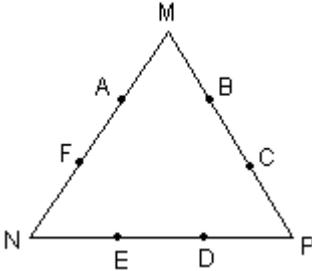
B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{8}$

E) $\frac{3}{6}$

Problema 222 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 11)



En el triángulo equilátero MNP, el área es 9 m^2 .

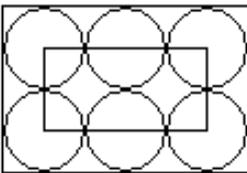
Se sabe además que $MA = AF = FN = NE = ED = DP = PC = CB = BM$.

¿Cuál es el área de exágono ABCDEF?

A) $6,5 \text{ m}^2$ B) 6 m^2 C) 5 m^2

D) $4,5 \text{ m}^2$ E) 4 m^2

Problema 223 (Kanguro 2007 - Cadete - Problema 30)



En la figura se tienen 6 círculos de igual radio. Los círculos son tangentes entre sí y a los lados del rectángulo mayor. Los vértices del rectángulo menor son los centros de cuatro de los círculos.

Si el perímetro del rectángulo menor es 60 cm, ¿cuál es el perímetro del rectángulo mayor?

A) 80 cm

B) 100 cm

C) 120 cm

D) 140 cm

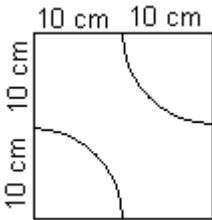
E) 160 cm

Problema 224 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 27)

Un trapecio es construido al cortar una esquina de un triángulo equilátero. Luego, dos copias de ese trapecio son pegadas lado a lado para formar un paralelogramo. El perímetro de ese paralelogramo es 10 cm más largo que el perímetro del triángulo original. ¿Cuál era el perímetro del triángulo original?

- A) 10 cm B) 30 cm C) 40 cm
D) 60 cm E) Se necesita más información

Problema 225 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 28)



La figura muestra una pieza cuadrada de cerámica de 20 cm por 20 cm, con figuras que corresponden a cuartos de circunferencias de radio 10 cm con centros en dos de los vértices del cuadrado. Se quiere cubrir una superficie cuadrada de 80 cm por 80 cm con estas piezas de cerámica. ¿Cuál es la longitud, en cm, de la curva más larga que se puede formar con los cuartos de circunferencia de las piezas al disponerlas de manera adecuada en la superficie indicada?

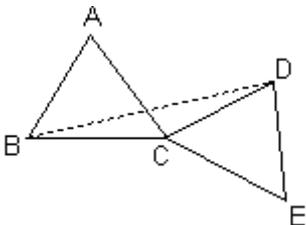
- A) 75π B) 100π C) 105π
D) 110π E) 525π

Problema 226 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 30)

En un triángulo ABC, D es el punto medio del segmento AB, E es el punto medio del segmento DB y F es el punto medio del segmento BC. Si el área del triángulo ABC es 96, ¿cuál es el área del triángulo AEF?

- A) 16 B) 48 C) 32
D) 24 E) 36

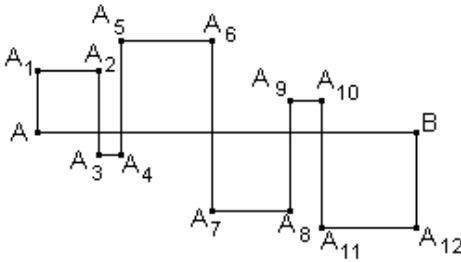
Problema 227 (Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 11)



En la figura, ABC y CDE son triángulos equiláteros y congruentes. Si la medida del ángulo ACD es 80° ¿cuál es la medida del ángulo ABD?

- A) 25° B) 30° C) 35°
D) 40° E) 45°

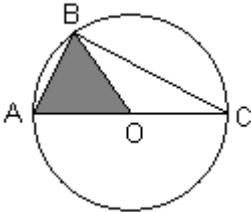
Problema 228 (Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 12)



Los cuadrados de la figura están formados por la intersección del segmento AB, que mide 24 cm y por la línea quebrada $A A_1 A_2 \dots \dots A_{12} B$.
 ¿Cuál es la longitud de $A A_1 A_2 \dots \dots A_{12} B$?

- A) 72 cm B) 48 cm C) 96 cm
 D) 56 cm E) 106 cm

Problema 229 (Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 15)



Si el área de la región sombreada es $\sqrt{3}$, ¿cuál es el área del triángulo ABC que está inscrito en la circunferencia de centro O?

- A) $4\sqrt{3}$ B) 4 C) $2\sqrt{3}$
 D) 2 E) 3

Problema 233 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 3)

Dados dos polinomios P_1 y P_2 ; $P_1 \cdot P_2 = 6a^3 - 5a^2 + 6a + 8$; $P_2 = 21a + 14$. ¿Cuál es el polinomio P_1 ?

- A) $3a^2 + 2a - 5$ C) $a^2 - 2a + 5$ E) $a^2 + 3a + 4$
B) $2a^2 + 4a + 3$ D) $2a^2 - 3a + 4$ F) n. d. l. a.

Problema 234 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 1)

¿Cuál es el valor de $\frac{2007}{2+0+0+7}$?

- A) 223 B) 75 C) 213
D) 1003 E) 123

Problema 235 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 4)

Si x es un número entero negativo, ¿cuál de los siguientes números es el mayor de todos?

- A) $x - 2$ B) $2x$ C) $6x + 2$
D) $x + 1$ E) $-2x$

Problema 236 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 8)

Una organización internacional tiene 32 miembros. ¿Cuántos miembros tendrá dentro de 3 años si el número de miembros aumenta cada año con respecto al anterior en un 50%?

- A) 182 B) 128 C) 108
D) 96 E) 80

Problema 237 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 12)

$$\begin{array}{r} B C 2 A \\ + A B A \\ \hline 4 B A 2 \end{array}$$

En la adición de la derecha letras iguales representan a un mismo dígito. ¿Cuál dígito se utilizó en el lugar de la C?

- A) 6 B) 7 C) 2
D) 3 E) 1

Problemas Desafiantes

Problema 238 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 2)

Los polinomios P_1 y P_2 son binomios que no se pueden factorizar.

Si $P_1 \cdot P_2 = 6x^2 - 11x - 10$, ¿cuál es el valor de $P_1 + P_2$?

- A) $3x - 5$ C) $5x - 3$ E) $2x + 2$
B) $3x + 2$ D) $2x - 5$ F) n. d. l. a.

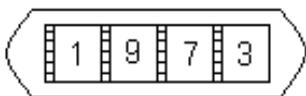
Problema 239 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 3)

Dadas las proporciones $\frac{12}{m} = \frac{m}{75}$, $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$, ¿cuál es el valor de (n

– m)?

- A) 1 C) 4 E) 10
B) 3 D) 5 F) n. d. l. a.

Problema 240 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 8)



La figura muestra un candado de seguridad que tiene cuatro ruedas, cada una con los dígitos de 0 al 9; y una clave de seguridad, por ejemplo 1 973.

Al elegir una clave de seguridad en el candado, ¿cuál es la cantidad de posibilidades de elección?

- A) 24 C) 5 040 E) 10 000
B) 120 D) 6 561 F) n. d. l. a.

Problema 241 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 2)

La expresión; $P = 2x - \frac{3}{4}y$, tiene como valor numérico de P un número entero. Tanto x como y son números naturales mayores que 4 pero menores que 20. ¿Cuál es la cantidad de valores posibles para P?

- A) 3 C) 15 E) 33
B) 12 D) 30 F) n. d. l. a.

Problema 242 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 6)

En la proporción $\frac{a}{42} = \frac{b}{56} = \frac{c}{91}$, $a + b - c = 3$. ¿Cuál es el valor de

$(a - b)$?

A) - 6

C) 6

E) 20

B) -14

D) 14

F) n. d. l. a.

Problema 243 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 7)

Se escriben números de 4 cifras distintas. ¿Cuántos de esos números tienen la suma de sus cifras menor que 8?

A) 18

C) 36

E) 46

B) 26

D) 42

F) n. d. l. a.

Problema 244 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 9)

Se tiene que $A + B = C$. Si A se aumenta en un 20% y B se disminuye en un 20 %, la suma resulta igual a 88. Además se sabe que $A - B = -10$. ¿Cuál es el valor de C?

A) 100

C) 88

E) 40

B) 90

D) 50

F) n. d. l. a.

Problema 245 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 10)

Luisa tiene 10 caramelos más que Pedro. La cantidad de caramelos que tiene Marta es $\frac{7}{10}$ de lo que tienen juntos Pedro y Luisa. Entre los tres tienen 85 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene Marta?

A) 20

C) 30

E) 50

B) 25

D) 35

F) n. d. l. a.

Problema 246 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 14)

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad B \\ (R) \quad | \quad C \end{array}$$

En la división indicada, si se duplica el valor de A, también C se duplica y el residuo aumenta en 15 unidades. ¿Cuál es el valor del residuo R?

A) 3

C) 7,5

E) 30

B) 5

D) 15

F) n. d. l. a.

Problema 247 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 1)

Calcular la suma del mayor cuadrado perfecto de 3 cifras con el menor cubo perfecto de 4 cifras.

Problema 248 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 3)

El polinomio $6x^2 - 11x - 35$ es el producto de dos factores distintos de 1.

Calcular la suma de los cuadrados de esos dos factores.

Problema 249 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 5)

Se escribe todos los números de cuatro cifras, tales que el producto de sus cifras sea 8.

¿Cuántos números se puede escribir?

Problema 250 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 7)

Si se triplica el dinero que tiene Alicia y se saca 1 000 G, se obtiene menos que 122 000 G. Pero si se duplica el dinero de Alicia y se agrega 4 000 G, resulta más que 82 000 G.

¿Cuánto dinero tiene Alicia?

Problema 251 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 1)

La suma de dos números naturales A y B es mayor que 10 pero menor que 15 ($0 < A < B$)

¿Cuántos pares (A, B) se puede obtener?

Problema 252 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 3)

Se escriben todos los números pares de cuatro cifras, terminados en 2 o en 4, tales que el dígito de las unidades sea igual a la suma de los otros tres dígitos.

¿Cuántos números se puede escribir?

Problema 253 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 4)

Hallar todos los cuadrados perfectos menores que 100 000 que son iguales al resultado de multiplicar un cubo perfecto por $\frac{3}{2}$.

Aclaración: Los cuadrados perfectos son los números que se obtienen al elevar al cuadrado un número natural. Los cubos perfectos son los números que se obtienen al elevar al cubo un número natural.

Problema 254 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 3)

¿En cuántos ceros termina el número $24^4 \cdot 75^3 \cdot 15^5$?

- A) 12 B) 11 C) 10
D) 8 E) 5

Problema 255 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 14)

La suma de las edades de Alejo, Brenda y Víctor es 22. Cuando Alejo tenga la edad que tiene Brenda, la suma de las edades de los tres será 28 y cuando Alejo tenga la edad que tiene Víctor, la suma de las edades de los tres será 37. ¿Cuál es la edad de Alejo?

- A) 6 B) 8 C) 4
D) 7 E) 5

Problema 256 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 16)

¿Cuál es el resultado de la operación

$$(1\,900 + 1\,901 + 1\,902 + \dots + 1\,999) - (100 + 101 + 102 + \dots + 199)?$$

- A) 180 000 B) 178 200 C) 1 800 000
D) 181 800 E) 190 000

Problema 257 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 18)

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a: $a^2 c - 1 + a^2 - c$?

- A) $(c + 1)(a + 1)^2$ B) $(c + 1)(a - 1)^2$
C) $(c - 1)(a + 1)^2$ D) $(c + 1)(a + 1)(a - 1)$
E) $(c - 1)(a + 1)(a - 1)$

Problema 258 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 20)

Fernanda dividió sus 2 007 caramelos en 3 bolsas A, B y C de manera que cada bolsa contiene exactamente el mismo número de caramelos. Si Fernanda mueve $\frac{2}{3}$ de los caramelos de la bolsa A a la bolsa C, ¿cuál es la razón entre el número de caramelos de la bolsa A y los de la bolsa C?

- A) 1 : 2 B) 1 : 3 C) 2 : 3
D) 3 : 2 E) 1 : 5

Problema 259 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 22)

Cuando en una feria se anunciaron los resultados de una rifa, el moderador dijo: “Los tickets ganadores son aquellos cuyos números tienen al menos 5 dígitos y tales que a lo más tres de sus dígitos son mayores que 2”. Más tarde, el animador recibió tickets con los números 1 022, 22 222, 102 334, 213 343, 3 042 531. ¿Cuántos de esos números corresponden a tickets ganadores?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Problema 260 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 23)

Dada la siguiente expresión:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 3^{20}$$

¿cuál es el valor de x ?

- A) 3^{19} B) $3^{20} - 1$ C) $3^{20} - 3$
D) $3^{19} - 1$ E) $3^{19} + 1$

Problema 261 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 25)

Para $n \geq 2$ 007, ¿cuál de las siguientes expresiones es la mayor?

- A) $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ B) $\frac{n-1}{n}$ C) $\frac{n^2-1}{n^2+1}$
D) $\frac{n-2}{n-1}$ E) $\frac{n}{n+1}$

Problema 262 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 26)

¿Qué fracción ocupa el 13° lugar en la siguiente lista?

$$\frac{1}{2} ; \frac{1}{6} ; \frac{1}{12} ; \frac{1}{20} ; \dots$$

A) $\frac{1}{156}$

B) $\frac{1}{132}$

C) $\frac{1}{82}$

D) $\frac{1}{26}$

E) $\frac{1}{182}$

Problema 263 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 29)

Un grupo de estudiantes estaba resolviendo un interesante problema de la competencia *Kanguro Matemático*. El número de varones que resolvieron el problema fue el mismo número de mujeres que no resolvieron el problema. ¿Qué son más: el número de personas que resolvieron el problema o el de mujeres?

- A) Mujeres
- B) Personas que resolvieron el problema
- C) Son las mismas cantidades
- D) Imposible de saber
- E) La situación no es posible

Problema 264 (Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 3)

Ana, Blanca, Cecilia y Diana practican un deporte distinto cada una: karate, fútbol, tenis y judo. A Ana no le gusta practicar, ni presenciar los deportes que involucran pelotas. La que practica judo y Blanca suelen asistir frecuentemente a los partidos de fútbol para ver jugar a su amiga. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Ana practica fútbol
- B) Cecilia practica tenis
- C) Blanca practica tenis
- D) Diana practica karate
- E) Ana practica judo

Problema 265 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 5*)

Había 60 pájaros distribuidos en tres árboles. En cierto momento, 6 pájaros se fueron del primer árbol, 8 pájaros se fueron del segundo árbol y 4 pájaros se fueron del tercer árbol. Luego de esto, quedó el mismo número de pájaros en cada uno de los tres árboles. ¿Cuántos pájaros había en el segundo árbol?

- A) 20 B) 21 C) 22
D) 24 E) 26

Problema 266 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 7*)

Sea N el menor entero positivo tal que al ser dividido por 4 deja resto 1 y al ser dividido por 5 deja resto 3. ¿Cuál es el resto que deja N al ser dividido por 20?

- A) 4 B) 5 C) 13
D) 16 E) 19

Problema 267 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 9*)

José, Rafael y Eduardo tienen 30 pelotas en total. Si José le da 5 de sus pelotas a Rafael, Rafael le da 4 a Eduardo y Eduardo le da 2 a José, entonces cada uno de ellos tendrá el mismo número de pelotas. ¿Cuántas pelotas tenía Eduardo al principio?

- A) 13 B) 8 C) 11
D) 9 E) 12

Problema 268 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 10*)

Una calculadora dañada no muestra el número 1. Por ejemplo, si tratamos de escribir con ella el número 3131, sólo aparece en la pantalla el número 33. Néstor trató de escribir un número de 6 dígitos en esa calculadora pero sólo apareció en pantalla el número 2 007. ¿Cuántos posibles números pudo haber intentado escribir Néstor en la calculadora?

- A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

Problema 269 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 13*)

4	12	8
13	24	14
7	5	23

Sandra elige cuatro números de la tabla de la figura y luego Sonia elige cuatro números de la tabla distintos a los de Sandra. Se sabe que la suma de los números que eligió Sandra es tres veces la suma de los números que eligió Sonia. ¿Qué número de la tabla no fue elegido por Sandra y por Sonia?

- A) 14
- D) 4

- B) 7
- E) 24

- C) 23

Problema 270 (*Validación Kanguro 2007 - Junior - Problema 14*)

Para la prueba de admisión de cierta universidad, un estudiante debe responder correctamente al menos al 80 % de las preguntas. Después de que Pedro ha trabajado 15 de las preguntas, se da cuenta que no conoce la respuesta de 5 de ellas y entonces deja de dar la respuesta a estas 5 preguntas; pero está seguro de sus respuestas en las otras 10. Si Pedro responde correctamente el resto de la prueba, entonces habrá ingresado. ¿Cuántas preguntas tiene la prueba?

- A) 40
- D) 20

- B) 30
- E) 25

- C) 35

Los datos y la estadística

Problemas para el Aula

Problema 271

Las calificaciones de la clase de Lucas fueron:

2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 4
3, 2, 4, 1, 5, 5, 3, 2, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4.

Calcular la media y la moda.

Para organizar los datos la profesora nos pidió que completemos la siguiente tabla:

Nota	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentajes
1	3	$3 \div 30 = 0,1$	10%
2			
3			
4			
5			

¡Hagamos ahora un gráfico circular!

Problema 272

La temperatura mínima en Asunción, en una semana de invierno, se comportó de la siguiente manera:

Domingo	14° C
Lunes	9° C
Martes	8° C
Miércoles	6° C
Jueves	8° C
Viernes	10° C
Sábado	8° C

¿Cuál es la media o temperatura promedio de la semana?

A) 8° C

C) 10° C

E) 63° C

B) 9° C

D) 31,5° C

F) n. d. l. a.

Problema 273

Las calificaciones finales de Rosa fueron:

4 , 5 , 1 , 2 , 4 , 4 , 5 , 2 , 4 , 2 , 5 , 5 , 4 , 2 , 1 , 1 , 3

¿Qué valor se obtiene sumando la media y la moda?

Problema 274

En un barrio se hizo una encuesta acerca de la cantidad de hijos por familia, y se obtuvo la siguiente tabla:

Cantidad de hijos por familia	Cantidad de familias
0	10
1	34
2	25
3	8
4	4
5	2
6	1
TOTAL	70

¿Cuál es la media que representa el número de hijos por familia en ese barrio?

A) 3

C) 2,5

E) 1,8

B) 2,8

D) 2

F) n. d. l. a.

Problema 275

Las calificaciones de 36 alumnos en Matemática son:

2 , 3 , 5 , 1 , 4 , 5 , 3 , 2 , 2 , 1 , 2 , 3 , 4 , 4 , 5 , 2 , 5 , 3
1 , 4 , 3 , 1 , 2 , 5 , 2 , 3 , 3 , 1 , 4 , 3 , 2 , 1 , 2 , 1 , 3 , 1

¿Cuál es la diferencia entre las frecuencias relativas correspondientes a las calificaciones 1 y 5?

Problema 276

La profesora de matemática de Joel pide a sus alumnos que registren en una tabla de frecuencias la cantidad de paralelogramos que cumplen con las siguientes condiciones:

- La medida de todos sus lados deben estar expresadas con un número natural.
- El área puede ser: 25, 36, 49, 64.

¿Cuál es la frecuencia relativa que corresponde a los rectángulos de área 49?

A) $\frac{2}{13}$

C) $\frac{5}{13}$

E) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{4}{13}$

D) $\frac{1}{2}$

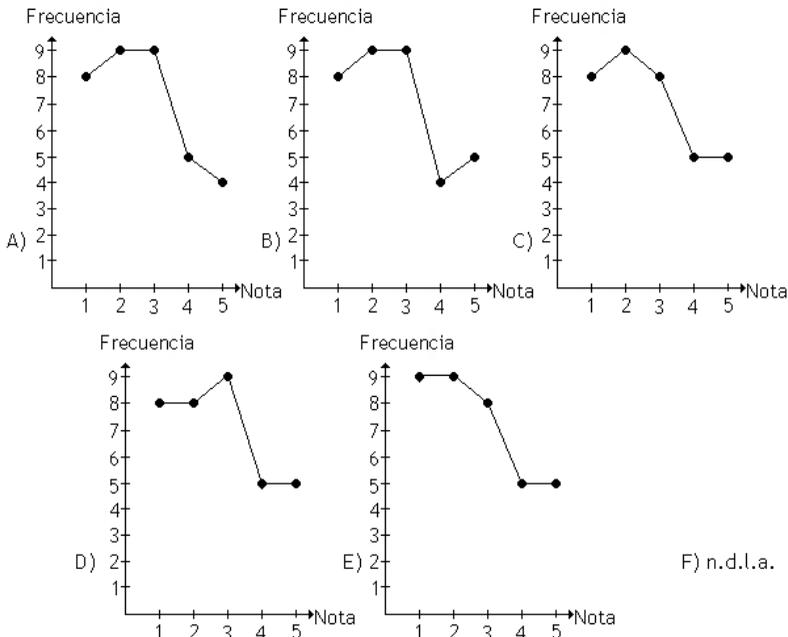
F) n. d. l. a.

Problema 277

Las calificaciones de 36 alumnos en Matemática son:

2, 3, 5, 1, 4, 5, 3, 2, 2, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 2, 5, 3
1, 4, 3, 1, 2, 5, 2, 3, 3, 1, 4, 3, 2, 1, 2, 1, 3, 1

¿Cuál es el polígono de frecuencia correspondiente a los datos?



Problema 278

En la tabla, aparecen las edades de los amigos de Betina, incluyéndola también a ella. Calcular: la media, la mediana y la moda.

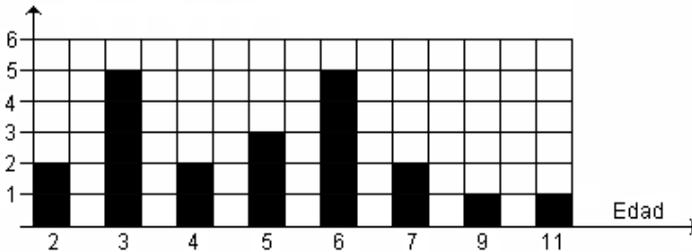
Si a la lista se añade a Aline, que tiene 15 años, ¿cuál de los tres parámetros se modificará más?

Problema 279

En el cumpleaños de Franco hacen una encuesta de las edades de los niños y niñas.

El resultado de la encuesta se expresa en el gráfico de barras verticales.

¿Cuántos son los niños encuestados?



A) 31

B) 53

C) 23

D) 45

E) 32

F) n. d. l. a.

Problema 280

En el primer ciclo de la escuela de Felipe se hizo una lista de las edades de los niños. La lista es la siguiente:

7, 7, 8, 9, 8, 9, 7, 9, 8, 9
8, 7, 9, 8, 7, 9, 7, 8, 6, 8
7, 8, 8, 9, 9, 9, 8, 7, 8, 6
7, 7, 7, 8, 8, 7, 9, 9, 9, 8
7, 8, 8, 9, 7, 8, 9, 8, 9, 8
6, 7, 8, 7, 9, 8, 7, 9, 8, 8
7, 7, 8, 7, 9, 9, 8, 9, 8, 7
8, 9, 8, 8, 9, 8, 7, 9, 8, 8
7, 9, 8, 9, 9, 8, 7, 8, 7, 9
7, 8, 9, 7, 9, 9, 9, 8, 7, 7

¿Cuál es la suma de la media, la mediana y la moda?

A) 7,96

C) 20,36

E) 24,16

B) 8

D) 23,96

F) n. d. l. a.

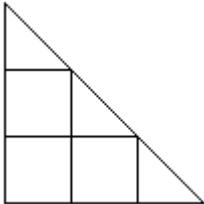
Miscelánea

Problema 281 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 13)

Se marcan 6 puntos en dos rectas paralelas L_1 y L_2 , de manera que 4 puntos están marcados en la recta L_1 y 2 en la recta L_2 . ¿Cuál es el número total de triángulos que pueden construirse tomando como vértices 3 de esos 6 puntos?

- A) 16 B) 12 C) 8
D) 18 E) 6

Problema 282 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 24)



¿De cuántas maneras se puede ir desde el extremo superior de la hipotenusa hasta el extremo inferior de la misma en el triángulo rectángulo de la figura, si sólo puedes bajar, ir a la derecha o por la hipotenusa?

- A) 6 B) 10 C) 11
D) 14 E) 15

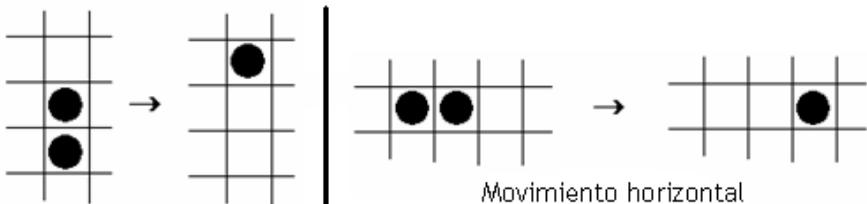
Problema 283 (Kanguro 2007 - Junior - Problema 21)

Los puntos $A = (2006, 2007)$, $B (2007, 2006)$, $C (-2006, -2007)$ $D (2006, -2007)$ y $E (2007, -2006)$ son marcados en un sistema de coordenadas cartesianas. ¿Cuál es el segmento horizontal?

- A) AB B) BE C) AD
D) BC E) CD

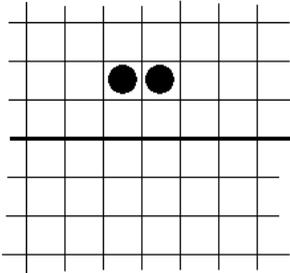
Problema 284 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 9)

El siguiente juego se juega en una cuadrícula, en la que se colocan varias fichas.



Los movimientos permitidos son:

- ❖ En el sentido vertical se puede “comer” solamente hacia arriba, saltando una sola casilla.
- ❖ En el sentido horizontal se puede “comer” hacia la derecha o hacia la izquierda, saltando una sola casilla.
- ❖ La ficha sobre la que se salta al “comer” se debe quitar.
- ❖ Para que se pueda realizar el movimiento, la casilla donde debe caer la ficha que se mueve debe estar vacía.



Calcular cuál es la menor cantidad de fichas que se debe colocar en las casillas que están por debajo de la línea gruesa, para que al finalizar el juego se llegue a la situación indicada en el gráfico.

Problema 285 (*Kanguro 2007 - Junior - Problema 2*)

Cierto tipo de arbusto fue sembrado a lo largo de ambas aceras de una calle. El primer arbusto se coloca en uno de los extremos de la calle. La distancia entre cada par de arbustos próximos es de 2 metros. ¿Cuántos arbustos fueron sembrados si la calle tiene 20 metros de largo?

- A) 20 B) 10 C) 12
 D) 22 E) 11

Problema 286 (*Kanguro 2007 - Junior - Problema 6*)

A		A	
		A	
	X		B
	Y		

En la tabla debe haber dos cuadrados marcados con la letra A y dos cuadrados marcados con la letra B en cada fila y en cada columna. ¿Qué letras deben estar en las casillas marcadas con X e Y, en ese orden?

- A) AB B) BA C) AA
 D) BB E) Es imposible

Problema 287 (*Kanguro 2007 - Junior - Problema 17*)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Se eligen tres números del tablero de manera que todos pertenezcan a filas distintas y a columnas distintas y se suman los tres números, ¿cuál es la mayor suma que se puede obtener?

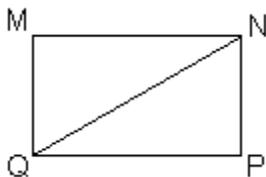
- A) 24 B) 18 C) 15
D) 12 E) 21

NIVEL 3
1.º, 2.º y 3.º Año

La geometría y la medida

Problemas para el Aula

Problema 301 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 3)



En el rectángulo MNPQ, la diagonal NQ mide 5 y la distancia de M a la diagonal NQ es 2,4.

¿Cuál es el área del rectángulo?

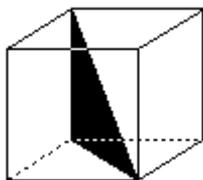
- A) 24 C) 10 E) 6
 B) 12 D) 8 F) n. d. l. a.

Problema 302 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 4)

En una circunferencia se traza la cuerda MN. Por M y N se trazan las tangentes a la circunferencia, que se cortan en P. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones siempre se cumple?

- A) $\angle PMN = \angle MPN$ C) $\angle PMN + \angle PNM = 90^\circ$ E) $\angle PMN + \angle MPN = 90^\circ$
 B) $\angle PMN = \angle PNM$ D) $\angle PNM = \angle MPN$ F) n. d. l. a.

Problema 303 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 7)

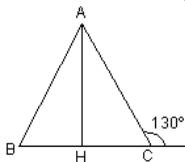


El cubo de la figura tiene un área total de 96 cm^2 . ¿Cuál es el área de la superficie sombreada?

- A) $16\sqrt{2} \text{ cm}^2$ C) $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$ E) 4 cm^2
 B) 16 cm^2 D) 8 cm^2 F) n. d. l. a.

La respuesta es: C

Problema 304 (2^{da} Ronda Colegial 2007 - Problema 7)



En el triángulo ABC, $AB = AC$, AH es la altura. ¿Cuál es la medida del ángulo BAH?

- A) 40° C) 80° E) 95°
 B) 50° D) 85° F) n. d. l. a.

Problema 305 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 16)

En un cuadrilátero ABCD, $AB = AC$, $AD = BD$ y $\angle ADB = \angle BAC + 30^\circ$.
Calcular la medida del ángulo CBD.

A) 40°

C) 25°

E) 15°

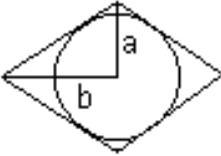
B) 35°

D) 20°

F) n. d. l. a.

Problema 306 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 24)

¿Cuál es el radio del círculo inscrito en el rombo?



A) $\frac{2a}{b}$

B) $\frac{2b}{a}$

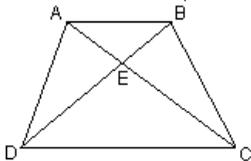
C) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$

D) $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

E) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$

Problemas Desafiantes

Problema 307 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 4)



En el trapecio ABCD, de área igual a 40, se han trazado las diagonales AC y BD, que se encuentran en el punto E. El área (AED) es 10 y el área (AEB) es 5. ¿Cuál es el área (DEC)?

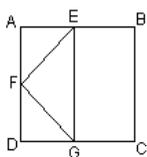
- A) 5 C) 15 E) 25
B) 10 D) 20 F) n. d. l. a.

Problema 308 (1ra Ronda Colegial 2007 - Problema 6)

En un triángulo ABC, el área es 84 cm^2 . Se traza la altura BH, cuya medida es 8 cm y se obtiene un triángulo ABH de 24 cm^2 de área. ¿Cuál es la longitud del lado BC?

- A) 10 cm C) 12 cm E) 17 cm
B) 11 cm D) 15 cm F) n. d. l. a.

Problema 309 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 8)



En el cuadrado ABCD, los puntos medios de los segmentos AB, AD y DC son E, F y G, respectivamente. ¿Cuál es la razón del área (EFG) al área (ABCD)?

- A) 3 : 4 C) 2 : 3 E) 1 : 4
B) 3 : 2 D) 4 : 1 F) n. d. l. a.

Problema 310 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 12)

Con 12 cubos iguales de 64 cm^3 de volumen cada uno, se arman paralelepípedos rectángulos usando todos los cubos cada vez. ¿Cuál es el área mayor que puede llegar a tener uno de los paralelepípedos armados?

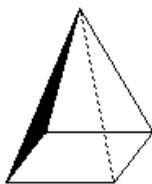
- A) 800 cm^2 C) 400 cm^2 E) 300 cm^2
B) 448 cm^2 D) 320 cm^2 F) n. d. l. a.

Problema 311 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 14)

El volumen de un cilindro es 720π y su altura es 20. En el cilindro está inscrito un prisma exagonal (el exágono de la base es regular). ¿Cuál es el área lateral del prisma?

- A) 800 C) 360 E) 180
B) 720 D) 240 F) n. d. l. a.

Problema 312 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 2)

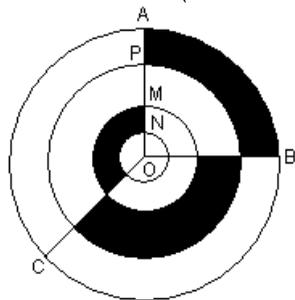


En la pirámide regular de la figura, la base es un cuadrado de 10 cm de lado.

El volumen de la pirámide es 400 cm^3 .

Calcular el área de la cara lateral que está pintada de negro.

Problema 313 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 6)

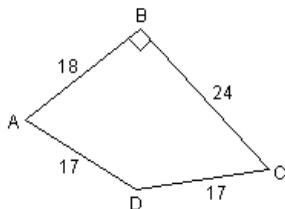


En la figura, $AO \perp OB$, OC es bisectriz del ángulo AOB .

$$AP = PM = MN = NO = 2$$

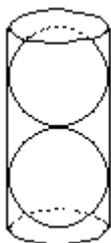
Calcular cuánto mide la superficie pintada de negro.

Problema 314 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 7)



Calcular el área del cuadrilátero convexo $ABCD$.

Problema 315 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 10)



Se tiene 3 esferas de igual tamaño, 2 de ellas macizas y 1 hueca (de espesor despreciable).

Las dos esferas macizas se colocan dentro de un recipiente cilíndrico de modo que sean tangentes entre ellas y tangentes a las paredes del recipiente.

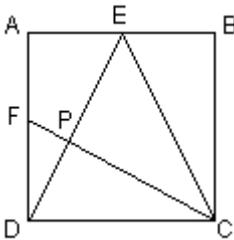
Se carga agua hasta que el cilindro (con las dos esferas dentro) se llene completamente.

¿Qué parte de la esfera hueca se podrá llenar con el agua que entró en el cilindro?

Problema 316 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 2)

Un cuadrado ABCD tiene como medida de sus lados una longitud entera. Este cuadrado se divide en 89 cuadrados más pequeños, 88 de los cuales tienen como medida de sus lados 1 y el restante tiene como medida del lado una longitud entera mayor que 1. Hallar todas las medidas posibles de uno de los lados del cuadrado ABCD.

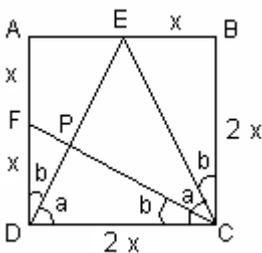
Problema 317 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 3)



En el cuadrado ABCD, E y F son puntos medios.

- A) Demostrar que $DE \perp CF$
- B) Determinar la relación proporcional $CF : PC : EP$

Solución 2



Parte A

El triángulo AED se obtiene rotando el triángulo CDF en 90° .

Como $a + b = 90^\circ$, tenemos:

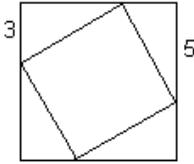
$$\angle DPC = 180^\circ - (a + b) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$DE \perp CF$$

Problema 318 (4^{ra} Ronda Final 2007 - Problema 5)

Sean tres circunferencias iguales con un punto común, que se cortan también en A , B , C. Demostrar que el radio de cada una de las tres circunferencias dadas es igual al radio de la circunferencia circunscrita del triángulo ABC y su punto común es el ortocentro del triángulo ABC.

Problema 319 (*Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 4*)



Un cuadrado pequeño es inscripto en uno más grande como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?

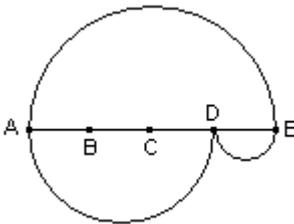
- A) 28 B) 34 C) 16
D) 49 E) 36

Problema 320 (*Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 16*)

En un triángulo ABC, D es el punto medio del segmento AB, E es el punto medio del segmento DB y F es el punto medio del segmento BC. Si el área del triángulo ABC es 96, ¿cuál es el área del triángulo AEF?

- A) 16 B) 24 C) 32
D) 36 E) 48

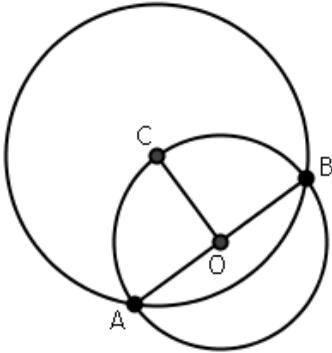
Problema 321 (*Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 22*)



AE es dividido en cuatro partes iguales y se trazan semicircunferencias tomando a AE, AD y DE como diámetros, creando caminos de A a E como se muestra en la figura. Determinar la razón entre la longitud del camino superior y la longitud del camino inferior.

- A) 1 : 1 B) 2 : 3 C) 1 : 2
D) 3 : 2 E) 2 : 1

Problema 322 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 26)



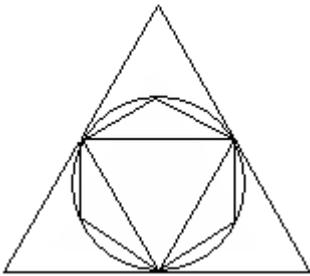
El círculo de radio 1 tiene centro en O y diámetro AB. La perpendicular a AB en O, corta en C a la circunferencia.

El círculo con centro C y radio CA, se superpone parcialmente con el anterior.

Hallar la superficie de la región superpuesta.

- A) $\frac{3\pi - 2}{4}$ B) $\pi - 1$
 C) $\frac{4 - \pi}{2}$ D) $2 - \frac{\pi}{2}$
 E) $\frac{\pi + 1}{2}$

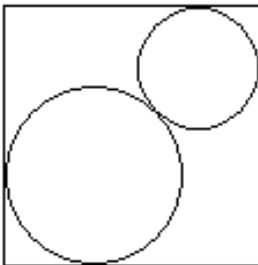
Problema 323 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 28)



Un triángulo equilátero y un hexágono regular son inscritos en una circunferencia, que a su vez está inscrita en un triángulo equilátero (ver figura). S_1 es el área del triángulo grande, S_2 el área del triángulo pequeño y S_3 el área del hexágono. ¿Cuál de las siguientes igualdades es siempre cierta?

- A) $S_1 = S_2 + S_3$ B) $S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2}$
 C) $S_1 = S_3 + 3 S_2$ D) $S_3 = \sqrt{S_1^2 \cdot S_2^2}$ E) $S_3 = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$

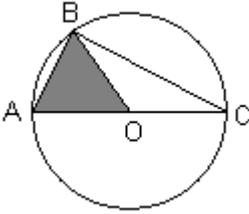
Problema 324 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 30)



Dos circunferencias tienen sus centros en la misma diagonal de un cuadrado. Ellas son tangentes entre sí y con los lados del cuadrado como se muestra en la figura. El cuadrado tiene lado 1 cm. ¿Cuál es la suma, en centímetros, de las longitudes de los radios de las circunferencias?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 C) $2 - \sqrt{2}$ D) $\sqrt{2} - 1$ E) 1

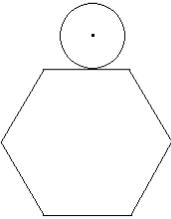
Problema 325 (Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 9)



Si el área de la región sombreada es $\sqrt{3}$, ¿cuál es el área del triángulo ABC que está inscrito en la circunferencia de centro O?

- A) 2 B) $2\sqrt{3}$ C) 3
D) 4 E) $4\sqrt{3}$

Problema 326 (Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 10)



Una moneda de 1 cm de diámetro rueda por el borde de un exágono regular de 1 cm de lado, como se muestra en la figura.

¿Cuál es la longitud, en centímetros, del camino cerrado que traza el centro de la moneda?

- A) 6 B) 9 C) 12
D) $6 + \pi$ E) $6 + 2\pi$

Problema 336 (*Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 25*)

Sandra escribe todos los números de dos cifras tales que la suma de sus cifras es 5. ¿Cuál es el valor de la suma de todos los números que escribió Sandra?

- A) 160 B) 165 C) 55
D) 110 E) 180

Problema 337 (*Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 13*)

¿Cuál es la cantidad de números naturales de tres cifras $n = \overline{abc}$, ($a \neq 0$), para los cuales se cumple que $a^2 + b^2 + c^2 = 9$?

- A) 6 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

Problema 338 (*Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 15*)

La suma de cinco enteros consecutivos es igual a la suma de los próximos tres enteros consecutivos. ¿Cuál es el mayor valor de esos ocho números?

- A) 11 B) 9 C) 30
D) 8 E) 60

Problemas Desafiantes

Problema 339 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

Se escriben números de 4 dígitos tales que la suma de los dígitos sea mayor que 33 pero menor que 37. ¿Cuál es la cantidad de números que cumplen esta condición?

- A) 20 C) 14 E) 10
B) 16 D) 11 F) n. d. l. a.

Problema 340 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 2)

Dada la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ (a , b y c enteros), las raíces son $\frac{5}{2}$ y $-\frac{2}{5}$. Si a , b y c asumen el menor valor absoluto posible para cada uno de ellos, ¿cuál es valor de $(a - b - c)$?

- A) 41 C) 21 E) - 1
B) - 41 D) - 21 F) n. d. l. a.

Problema 341 (1^{ra} Ronda Colegial 2007 - Problema 1)

En la proporción $\frac{N}{P} = \frac{M}{55} = \frac{8}{55-P}$ se tiene que $M + N = 36$. ¿Cuál es el valor de $(M + P)$?

- A) 13 C) 33 E) 77
B) 20 D) 57 F) n. d. l. a.

Problema 342 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 3)

María va al súper cada 2 días, Teresa cada 3 días y Betina cada 5 días. Un día lunes se encuentran las tres en el súper. ¿En qué día se volverán a encontrar las tres?

- A) lunes C) miércoles E) viernes
B) martes D) jueves F) n. d. l. a.

Problema 343 (2da Ronda Colegial 2007 - Problema 5)

Un número N tiene tres cifras. El dígito de las unidades es el doble que el dígito de las centenas. ¿Cuál es la cantidad de valores posibles para N ?

- A) 10 C) 30 E) 50
B) 20 D) 40 F) n. d. l. a.

Problema 349 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 1)

Se escribe la siguiente sucesión de números naturales:

323 , 324 , 325 , ... , 876 , 877 , 878

Calcular la suma de todos los números que están en la lista.

Problema 350 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 3)

Calcular la siguiente potencia: $(2 + \sqrt{2})^4$

Problema 351 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 4)

La siguiente es una sucesión de números que se obtiene sumando 3 al número anterior:

... , 2 , 5 , 8 , 11 , ...

Consideramos otra sucesión que se forma sumando 8. Calcular qué número entre 1 y 10 debe ser el primer número de la sucesión, para que 2 007 sea uno de los términos de la sucesión.

Problema 352 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 9)

Los números 112 , 436 y 319 se dividen por un número A y se obtiene en todos los casos como residuo 4.

Hallar el número A.

Problema 353 (4^a Ronda Final 2007 - Problema 1)

Se escribe una lista de 2 007 números naturales. El promedio de esos números es 12.

Se borraron siete números que están uno a continuación de otro, y el promedio de los que quedaron es 11,915.

Los siete números borrados son tales que el 7^o número es el doble del 6^o, el 6^o número es el doble del 5^o y así hasta el primero de los siete.

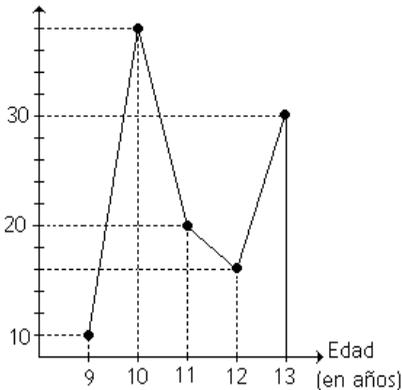
Hallar los 7 números que se borraron.

Los datos y la estadística

Problemas para el Aula

Problema 362

Cantidad de alumnos



La gráfica representa el resultado de una encuesta que se aplicó al 2.º Ciclo del colegio de Eliseo, con respecto a la edad de los alumnos.

Determinar la media, la mediana y la moda.

Problema 363

En un barrio se hace una encuesta sobre la cantidad de hijos que tiene cada familia, para analizar el promedio de la cantidad de hijos por familia. El resultado se muestra en la siguiente tabla:

Cantidad de hijos	Cantidad de familias
1	40
2	120
3	60
4	25
5	20
6	10

¿Cuál es la diferencia entre la mayor frecuencia porcentual y la menor frecuencia porcentual?

A) 33,3 %

C) 20,7 %

E) 18,75

B) 27,7 %

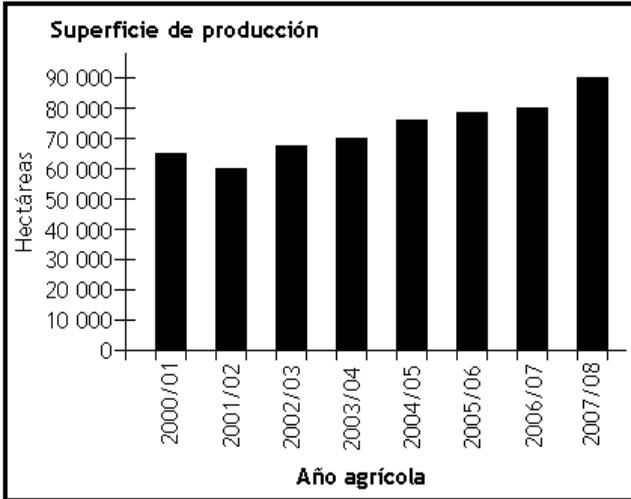
D) 20,3 %

F) n. d. l. a.

Problema 364

En el problema anterior determinar la media, la mediana y la moda correspondiente a la cantidad de hijos en cada familia.

Problema 365



El gráfico contiene datos de la producción de caña de azúcar en el Paraguay.

¿Cuánto es el porcentaje de crecimiento de la superficie de cultivo de la caña de azúcar entre los años 2001/02 y 2007/08?

Problema 366

La profesora pide a Lida y 21 de sus compañeros que piensen en un número entero entre 12 y 18 y luego dicten ese número a su compañero Luis.

La lista de Luis es la siguiente:

16 , 15 , 16 , 13 , 14 , 15 , 17 , 15 , 13 , 16 , 15
14 , 15 , 14 , 13 , 15 , 16 , 17 , 14 , 17 , 13 , 17

Luego los estudiantes deben calcular la media, la mediana y la moda. Una vez hecho esto, Luis debe agregar tres números iguales a la lista de tal modo que no varía la media, la mediana ni la moda.

¿Qué número agrega Luis?

- A) 13
- B) 14

- C) 15
- D) 16

- E) Es imposible
- F) n. d. l. a.

Problema 367

José tira cuatro monedas simultáneamente.

- A) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras?
- B) ¿Cuál es la probabilidad de obtener por lo menos 2 caras?

Problema 368

Marcos tira tres dados simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números que se ven en las caras superiores sea 12?

Problema 369

En el problema anterior, calcular la probabilidad de que algún número obtenido sea mayor o igual a 15.

Problema 370

Elías tiene 210 tarjetas con los números del 1 al 210 escrito en cada una de las tarjetas.

Elías elige aleatoriamente una tarjeta.

Determinar la probabilidad de que el número elegido sea divisible entre 3 o entre 5.

Problema 371

En la clase de Mirta hay 15 varones y 7 mujeres. Se elige aleatoriamente dos estudiantes.

Determinar la probabilidad de que:

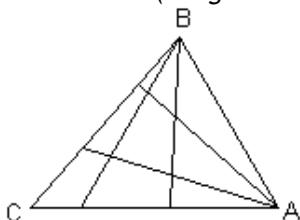
- a) los dos sean varones.
- b) Los dos sean mujeres.
- c) Sea un varón y una mujer.

Miscelánea

Problema 372 (3^{ra} Ronda Regional 2007 - Problema 8)

En un rombo ABCD, el perímetro es 60 y el área 216. Las medidas de las dos diagonales del rombo son números naturales. Hallar cuanto miden las diagonales.

Problema 373 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 11)



En la figura, se muestra un triángulo ABC en el que aparecen trazados dos segmentos que parten del vértice A y dos segmentos que parten del vértice B. Los extremos finales de estos segmentos están en los lados opuestos a dichos vértices.

Nótese que estos segmentos dividen al triángulo en nueve “partes”. Si se trazaran cuatro segmentos que partan del vértice A y cuatro segmentos que partan del vértice B hasta sus respectivos lados opuestos, ¿cuál es el número de “partes” en las que queda dividido el triángulo? (Los segmentos trazados no deben coincidir con los lados del triángulo)

- A) 16 B) 25 C) 36
D) 42 E) 49

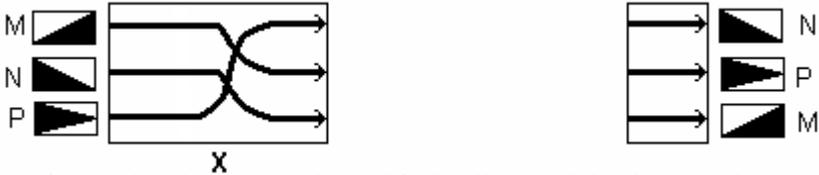
Problema 374 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 6)

Los puntos $A = (2\ 006, 2\ 007)$, $B (2\ 007, 2\ 006)$, $C (-2\ 006, -2\ 007)$, $D (2\ 006, -2\ 007)$ y $E (2\ 007, -2\ 006)$ son marcados en un sistema de coordenadas cartesianas. ¿Cuál es el segmento horizontal?

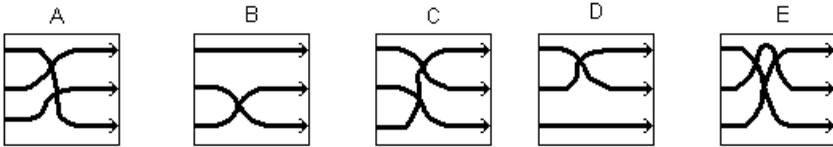
- A) AB B) BE C) AD
D) BC E) CD

Problema 375 (Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 11)

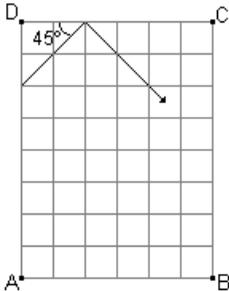
Blas está construyendo carreteras. Hay tres vehículos M , N , P.



El notó que el orden en que los vehículos llegan al final no es el mismo que tenían al principio. ¿Por cuál camino de las alternativas dadas Blas puede reemplazar la X del principio para llegar al orden que tienen los vehículos al final?



Problema 376 (Validación Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 12)



Una bola de billar golpea el borde de la mesa con un ángulo de 45° , como se muestra en la figura. ¿A cuál de las esquinas llegará primero?

- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) No llega a ninguna

Problema 377 (Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 17)

Un grupo de estudiantes estaba resolviendo un interesante problema de la Olimpiada de Matemática, organizada por Omapa. El número de varones que resolvieron el problema fue el mismo número de mujeres que no resolvieron el problema. ¿Qué son más: el número de personas que resolvieron el problema o el de mujeres?

- A) Mujeres
- B) Personas que resolvieron el problema
- C) Son las mismas cantidades
- D) Imposible de saber
- E) La situación no es posible

Problema 378 (*Kanguro 2007 - Estudiante - Problema 10*)

Sebastián tiene 2 007 pelotas de tres posibles colores: amarillo, verde y azul. Si por cada pelota amarilla hay tres pelotas verdes y cinco azules, ¿cuál es la cantidad de pelotas verdes?

A) 223

B) 446

C) 669

D) 892

E) 111

Problemas (P) – Respuestas (R)

P	R
101	B
102	D
103	C
104	B
105	A
106	112°
107	D
108	B
109	C
110	D
111	C
112	C
113	D
114	C
115	B
116	D
117	6 cm.
118	sn iguales
119	150 cm ² .
120	150°
121	E
122	D
123	D
124	A
125	D
126	D
127	E
128	E
129	F
130	75
131	8000
132	A
133	D
134	E
135	E

P	R
136	C
137	B
138	A
139	A
140	A
141	E
142	D
143	E
144	A
145	C
146	C
147	A
148	D
149	B
150	E
151	--
152	2/3 y 1/2
153	2 196
154	194
155	180 000 G
156	18
157	4 posibilidades
158	E
159	D
160	C
161	C
162	A
163	E
164	C
165	D
166	A
167	B
168	E
169	B
170	B

P	R
171	D
172	C
173	C
174	2
175	C
176	B
177	D
178	50,4°
179	C
180	2 015 028
181	D
182	D
183	E
184	E
185	C
186	C
187	B
188	B
189	C
190	B
191	E
201	E
202	B
203	A
204	F
205	B
206	A
207	A
208	56 cm.
209	6 720
210	4(4 - π)
211	B
212	B
213	C
214	D

P	R
215	C
216	C
217	20π cm.
218	20 cm ² .
219	$49,2$ cm ² .
220	--
221	A
222	B
223	B
224	B
225	C
226	E
227	D
228	A
229	C
230	D
231	B
232	B
233	D
234	A
235	E
236	C
237	B
238	C
239	F
240	E
241	E
242	A
243	C
244	B
245	D
246	D
247	1 961
248	$13x^2+2x+74$
249	20
250	40 000 G

P	R
251	22 pares
252	13
253	324, 20 736
254	B
255	E
256	A
257	D
258	E
259	B
260	D
261	C
262	E
263	C
264	C
265	C
266	C
267	B
268	D
269	A
270	E
271	--
272	B
273	7,18
274	D
275	0,083
276	A
277	F
278	La media aumenta 0,01
279	F
280	D
281	A
282	D
283	E
284	8 fichas
285	D
286	C

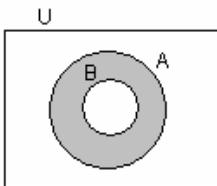
P	R
287	C
301	B
302	B
303	C
304	A
305	E
306	D
307	C
308	E
309	E
310	A
311	B
312	65 cm ² .
313	19π
314	336
315	$(4/3)\pi r^3$
316	13, 23
317	5 : 4 : 3
318	--
319	B
320	D
321	A
322	B
323	E
324	C
325	B
326	D
327	D
328	B
329	E
330	F
331	D
332	D
333	A
334	C
335	A

P	R	P	R	P	R
336	A	351	7	365	50%
337	B	352	9	366	C
338	A	353	2, 4, 8, 16, 32, 64, 128	367	$\frac{1}{4}, 11/16$
339	F	354	4	368	$37/216$
340	A	355	B	369	$5/54$
341	D	356	E	370	$7/15$
342	C	357	B	371	$5/11$
343	D	358	E	372	18, 24
344	A	359	B	373	B
345	E	360	B	374	E
346	A	361	A	375	A
347	D	362	Media = 11,16 Mediana = 11 Moda = 10	376	C
348	D	363	B	377	Son iguales
349	333 878	364	Mediana: 2; Media: 2,62; Moda: 2	378	C
350	$68 + 38\sqrt{2}$				

OBSERVACIÓN: los problemas que no tienen la solución en la tabla, buscarlos en el Anexo que está a continuación.

Anexo

Problema 151



Problema 271

